2. Proseminartest
Diskrete Mathematik
Gruppe A

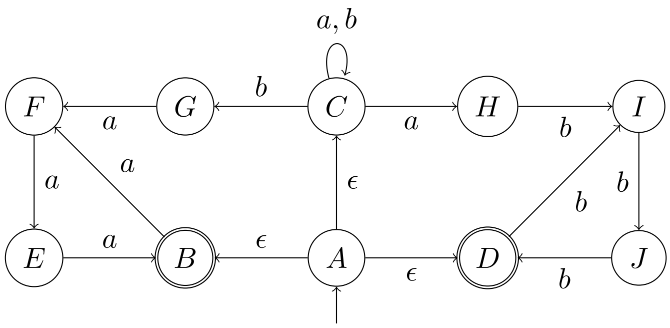
2. Juli, 2008

Name: **Matr.-Nr.**:

Der Proseminartest besteht aus 3 Fragen mit insgesamt 50 möglichen Punkten.

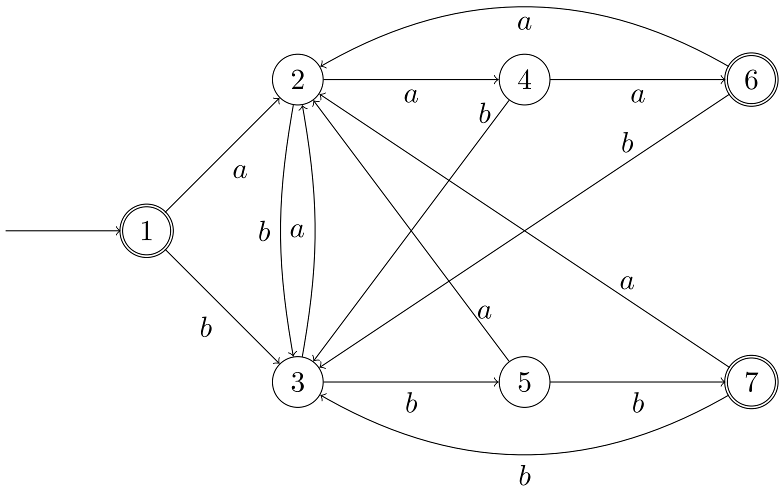
1a	1b	2	Summe

Betrachen Sie den folgenden ϵ-NEA: [1]



a) Konstruieren Sie einen äquivalenten DEA mit Hilfe der Teilmengenkonstruktion. (15 Pkt)

Wir beginnen, indem wir die ϵ-Hüllen aller Zustände des gegebenen Automaten bilden. Es gilt ϵ-Hülle$(A) = \{A, B, C, D\}$, und für alle Zustände $q \neq A$: ϵ-Hülle$(q) = \{q\}$. Mit der Teilmengenkonstruktion und der Lazy-Evaluation Methode konstruieren wir nun, beginnend vom Zustand $\{A, B, C, D\}$, einen äquivalenten DEA. Der folgende Zustandsgraph zeigt den resultierenden Automaten, wobei die Zustände umbenannt wurden.

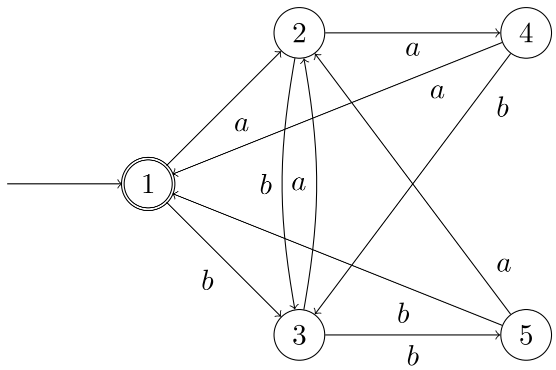


b) Minimieren Sie den DEA aus Aufgabe a) und stellen Sie den minimierten DEA graphisch dar. (15 Pkt)

Nun minimieren wir diesen DEA mit Hilfe des Table-filling Algorithmus. (Beachten Sie, dass alle Zustände erreichbar sind.)

1						
✓	2					
✓	✓	3				
✓	✓	✓	4			
✓	✓	✓	✓	5		
	✓	✓	✓	✓	6	
	✓	✓	✓	✓		7

Wir erhalten den folgenden minimierten DEA.



Betrachten Sie *eine* der folgenden Sprachen und zeigen Sie (mit Hilfe des Pumpinglemmas), dass diese nicht regulär ist.

1. $A = \{a^n b^m \mid n = 2m\}$.
2. $B = \{x \in \{a, b, c\}^* \mid x = \mathbf{rev}\ x\}$.

(20 Pkt)

Wir geben für beide Sprachen Lösungen:

1. *Lösung.* Sei n beliebig, wir betrachten das Wort $w = a^{2n}b^n \in A$. Es gilt $\ell(w) \geqslant n$. Sei nun eine beliebige Zerlegung α, β, γ gegeben, sodass $w = \alpha\beta\gamma$ und $\ell(\alpha\beta) \leqslant n$ sowie $\beta \neq \epsilon$. Dann gilt $\alpha\beta = a^i$, mit $0 < i \leqslant n$. O.b.d.A. können wir annehmen $\beta = a^\ell$, sodass $0 < \ell \leqslant n$. Wir setzen nun $k = 2$, dann gilt $\alpha\beta^2\gamma = a^{2n+\ell}b^n \notin A$. □

2. *Lösung.* Sei n beliebig, wir betrachten das Wort $w = a^n b a^n$. Dann gilt $\ell(w) \geqslant n$. Wie oben folgt o.b.d.A. dass $\beta = a^\ell$, sodass $0 < \ell \leqslant n$. Wir erhalten für $k = 2$ also $\alpha\beta^2\gamma = a^{n+\ell}ba^n \notin B$. □