1. Welche der folgenden Aussagen zur Entscheidbarkeit beziehungsweise Unentscheidbarkeit ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Eine Menge oder ihr Komplement sind rekursiv aufzählbar.

C. Das Zugehörigkeitsproblem (MP) einer Turingmaschine ist entscheidbar.

D. Wenn A rekursiv ist, dann ist $\sim A$ nicht rekursiv aufzählbar.

E. Es gibt eine rekursiv aufzählbare Menge, die nicht rekursiv ist.

---

2. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen und regulären Sprachen ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Bei einer Mehrband-Turingmaschine bewegen sich die Leseköpfe immer in unterschiedliche Richtungen.

C. Die Klasse der Sprachen, die von einer 1-Band-Turingmaschine akzeptiert werden, ist echt kleiner als die Klasse der Sprachen, die von einer 3-Band-Turingmaschine akzeptiert werden.

D. Jede ϵ-NEA kann in eine Turingmaschine umgewandelt werden.

---

3. Welches der folgenden Gesetze über reguläre Ausdrücke gilt nicht? (Hierbei bezeichnen D, E, F reguläre Ausdrücke und wir schreiben vereinfachend E für die von E beschriebene Sprache $L(E)$.)

A. $(L + M)^* = (L^* M^*)^*$.

B. $E\varnothing = \varnothing$.

C. $(\epsilon)^* = \epsilon$.

D. $((E + F)D) = (ED + FD)$.

E. $(F(DE)) = ((FD)E)$.

F. $(E + F) = (F + E)$.

G. $(D(E + F)) = (DE + FD)$.

---

4. Welche der folgenden Sprachen ist nicht regulär?

A. $\{x|x$ ist ein beliebiges Wort über $\{a,b\}$ außer aa und $aaa\}$.

B. $\{x|x \in \{0,1\}^*$ enthält zumindest drei 1en$\}$.

C. $(L(a^* + cb) \times L(ab^*)) \setminus L(a(b+c)^*d^*)$.

D. $\{x\$y|x, y \in \{a,b\}^*$ and $|x| < |y| \leq 4711\}$.

E. $\{x|x$ ist regulärer Ausdruck über $\{a,b\}\}$.

---

5. Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Jeder regulären Ausdruck kann in einen ϵ-NEA umgewandelt werden, nicht aber umgekehrt.

C. Es gibt einen deterministischen Automaten A, sodass $L(A)$ nur durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden kann.

D. Die Klasse der Sprachen, die von einem regulären Ausdruck akzeptiert werden sind eine echte Teilklasse der regulären Sprachen.

E. Die Klasse der Sprachen, die von einem deterministischen Automaten akzeptiert werden sind eine Unterklasse der regulären Sprachen.

---

6. Welche Komplexität hat der binäre euklidische Algorithmus für Zahlen mit n Binärziffern ?

A. keine der angeführten Komplexitäten

B. $\Omega(n^3)$ Bitoperationen

C. $\Theta(n^2 \log n)$ Bitoperationen

D. $\mathrm{O}(\log \mathrm{n})$ Bitoperationen

E. $\mathrm{O}(\mathrm{n} \log \mathrm{n})$ Bitoperationen

F. $\mathrm{O}(\mathrm{n})$ Bitoperationen

G. $\mathrm{O}(\mathrm{n}^2)$ Bitoperationen

---

7. Welche der folgenden Mengen ist nicht abzählbar ?

A. keine der angeführten Mengen

B. $\mathbb{N}^n$

C. $\mathbb{Z}$

D. $\mathbb{Q}$

E. $\{0,1\}^*$

F. $\{0,1\}^{\mathbb{N}}$

---

8. Wieviele Funktionen $f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}^2$ gibt es ?

A. keine der angeführten Zahlen

B. 64

C. 16

D. 24

E. 256

---

9. Sei M eine Menge mit einer wohlfundierten partiellen Ordnung $\leq$. Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

A. keine der angeführten Aussagen

B. Jedes Element von M hat nur endlich viele Nachfolger.

C. Jedes Element von M hat nur endlich viele Vorgänger.

D. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.

E. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein kleinstes Element.

F. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.

G. Es gibt keine unendliche absteigende Kette in M.

---

10. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in o(g)$?

A. keine der angeführten Aussagen

B. $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

C. $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

D. $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} > 0$

E. $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} < \infty$

F. $\lim_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

---

11. Sei $M := \{a, b, c, d\}$, sei $R = \{(a, b), (a, d), (b, b), (b, c), (c, a), (c, d), (d, d)\}$ und sei G der Graph der Relation R. Stellen Sie die Adjazenzmatrix des Graphen G auf, berechnen Sie mit dem Algorithmus von Warshall die Adjazenzmatrix der transitiven Hülle T von R und geben Sie die Mengendifferenz $M^2 \setminus T$ an.

---

12. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 234 und 144, weiters ganze Zahlen u und v mit $234 \cdot u + 144 \cdot v = d$ sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 234 und 144.

---

13. Seien die Automaten A und B durch die folgenden Übergangstabellen gegeben:

	ϵ	a	b
$\rightarrow p$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\varnothing$
$*q$	$\varnothing$	$\{p\}$	$\varnothing$
r	$\varnothing$	$\{q\}$	$\{q, r\}$

	a	b
$\rightarrow *p$	$\{q\}$	$\{p, q\}$
q	$\varnothing$	$\{p\}$

Minimierung Sie A und B und beweisen oder widerlegen Sie: Die Automaten A und B sind äquivalent.

14. Betrachten Sie den folgenden DEA C:

	a	b
$\rightarrow p$	q	p
$*q$	q	p

Wandeln Sie C in einen regulären Ausdruck um, indem Sie die Methode aus der Skriptum verwenden. (Vergessen Sie nicht den regulären Ausdruck auch zusammenzusetzen, dabei müssen Sie die Zwischenschritte nicht vereinfachen.)

ANSWERKEY FOR "versionG"

```
Version 1:  E  D  G  E  E  G  F  E  G  F
```