11) Bei Numerierung der Ecken nach dem Alphabet ist die Adjazenzmatrix von R

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Der Algorithmus von Warshall liefert die Adjazenzmatrix von T :

$$\begin{pmatrix} \boxed{0} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \boxed{0} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \boxed{0} & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \boxed{1} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Somit ist $M^2 \setminus T = \emptyset$.

12) Kruskal liefert:

k_i	$b(k_i)$	P
		$\{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{g\},\{h\}\}$
$\{a,e\}$	1	$\{\{a,e\},\{b\},\{c\},\{d\},\{f\},\{g\},\{h\}\}$
$\{c,d\}$	2	$\{\{a,e\},\{b\},\{c,d\},\{f\},\{g\},\{h\}\}$
$\{c,e\}$	3	$\{\{a,c,d,e\},\{b\},\{f\},\{g\},\{h\}\}$
$\{a,d\}$	4	
$\{a,c\}$	5	
$\{f,g\}$	6	$\{\{a,c,d,e\},\{b\},\{f,g\},\{h\}\}$
$\{b,g\}$	7	$\{\{a,c,d,e\},\{b,f,g\},\{h\}\}$
$\{b,f\}$	8	
$\{g,h\}$	9	$\{\{a,c,d,e\},\{b,f,g,h\}\}$

Somit ist $W = \{\{a,e\},\{c,d\},\{c,e\},\{f,g\},\{b,g\},\{g,h\}\}$ der einzige spannende Wald mit minimaler Bewertung.

13) Der erweiterte euklidische Algorithmus mit $a = 111$ und $b = 97$ liefert:

A, B	q
$(111, 1, 0)$	
$(97, 0, 1)$	1
$(14, 1, -1)$	6
$(13, -6, 7)$	1
$(1, 7, -8)$	1

Somit sind $d = 1$, $u = -8$ und $v = 7$. Das Inverse von 97 modulo 111 ist -8, d.h. 103 modulo 111.

14) Bei Anwendung von lazy evaluation erhalten wir durch die Teilmengenkonstruktion den folgenden DEA:

		a	b	c
$\rightarrow$	$\{p\}$	$\{p\}$	$\{p,q\}$	$\{p\}$
	$\{p,q\}$	$\{p,r\}$	$\{p,q\}$	$\{p\}$
	$\{p,r\}$	$\{p\}$	$\{p,q\}$	$\{p,u\}$
$*$	$\{p,u\}$	$\{p,u\}$	$\{p,q,u\}$	$\{p,u\}$
$*$	$\{p,q,u\}$	$\{p,r,u\}$	$\{p,q,u\}$	$\{p,u\}$
$*$	$\{p,r,u\}$	$\{p,u\}$	$\{p,q,u\}$	$\{p,u\}$

Wir benennen die Zustände wie folgt um: $\{p\} \rightarrow A$, $\{p,q\} \rightarrow B$, $\{p,r\} \rightarrow C$, $\{p,u\} \rightarrow D$, $\{p,q,u\} \rightarrow E$ und $\{p,r,u\} \rightarrow F$. Die Minimierung kann zum Beispiel, wie unten dargestellt, durch den Table-Filling Algorithmus erfolgen:

A					
✓	B				
✓	✓	C			
✓	✓	✓	D		
✓	✓	✓		E	
✓	✓	✓			F

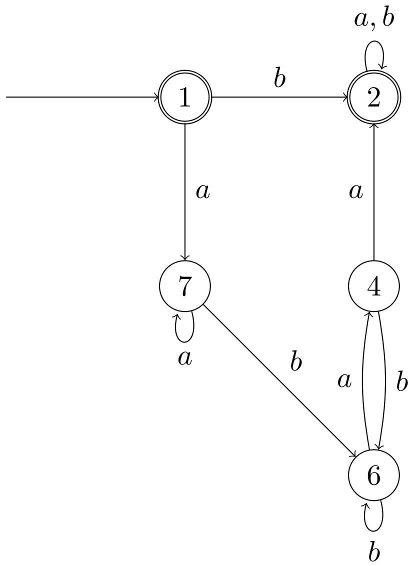
Die Zustände D, E, und F können also zu einem einzigen Zustand zusammengefasst werden, den wir mit G bezeichnen. Das Ergebnis dieser Minimierung ist schließlich der durch die folgende Tabelle gegebene DEA:

		a	b	c
$\rightarrow$	A	A	B	A
	B	C	B	A
	C	A	B	G
$*$	G	G	G	G

15) Die Anwendung des Table-Filling Algorithmus an A liefert:

1					
✓	2				
✓	✓	3			
✓	✓	✓	4		
✓	✓		✓	5	
✓	✓	✓	✓	✓	6

Die Zustände 3 und 5 können also zu einem Zustand zusammengefasst werden, den wir 7 nennen. Das Ergebnis ist dann der folgende DEA:



16) Zunächst benennen wir die Zustände um: $v \to 1$ und $w \to 2$. Nen wenden wir die Rekursionsgleichung an und erhalten:

$$R^2_{12} = R^1_{12} + R^1_{12}(R^1_{22})^* R^1_{22}$$
$$R^1_{12} = R^0_{12} + R^0_{11}(R^0_{11})^* R^0_{12}$$
$$R^1_{22} = R^0_{22} + R^0_{21}(R^0_{11})^* R^0_{12}$$
$$R^0_{12} = a$$
$$R^0_{11} = \epsilon + b$$
$$R^0_{22} = \epsilon + a$$
$$R^0_{21} = b$$

Der zusammengesetzte Ausdruck hat also die Form:

$$a+(\epsilon+b)(\epsilon+b)^*a+(a+(\epsilon+b)(\epsilon+b)^*a)(\epsilon+a+b(\epsilon+b)^*a)^*(\epsilon+a+b(\epsilon+b)^*a)$$