1. Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist falsch?

A. Die Komplexitätsklasse P ist unter Komplement abgeschlossen.

B. Es gilt der folgende Zusammenhang:

$$\text{LOGSPACE} \subseteq \text{NLOGSPACE} \subseteq \text{NP} \subseteq \text{PSPACE}$$

C. Wenn eine (deterministische) Turingmaschine M Laufzeit $T(n)$ hat, dann verbraucht M maximal $T(n)$ Platz.

D. Es gibt einen Algorithmus der das TSP Problem in Platz $O(n)$ entscheidet.

E. Wir kennen eine effiziente, das heißt in polynomieller Zeit ausführbare Methode, die jeden NEA in einen DEA überführt.

---

2. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen und regulären Sprachen ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Um eine nichtdeterministische Turingmaschine in eine deterministische umzuwandeln, wenn wir die Teilmengenkonstruktion an.

C. Bei einer Turingmaschine, die einen DEA simuliert, bewegen sich die Leseköpfe immer in unterschiedliche Richtungen.

D. Die Klasse der Sprachen, die von einer 1-Band-Turingmaschine akzeptiert werden, ist echt kleiner als die Klasse der Sprachen, die von einer 3-Band-Turingmaschine akzeptiert werden.

E. Jede ϵ-NEA kann in eine deterministische Turingmaschine umgewandelt werden.

---

3. Welche der folgenden Aussagen über reguläre Ausdrücke gilt? (Hierbei bezeichnen D, E, F beliebige reguläre Ausdrücke und wir schreiben vereinfachend E für die von E beschriebene Sprache $L(E)$.)

A. $E(DE + E)^*D = DD^*E(DD^*E)^*$.

B. $(D + E)^* = (D^*E)^*$.

C. $(D + E)^*E = (D^*E)^*$.

D. $(DE + D)^*DE = (DD^*E)^*$.

E. $(D + E)^* = D^* + E^*$.

F. $(DE + D)^*D = D(ED + D)^*$.

---

4. Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{a, b\}$) ist regulär?

A. Keine der angeführten Sprachen.

B. $\{a^i b^j | i \geqslant 0, j \geqslant j, i \neq j\}$.

C. $\{w | w \in L(a^*)$ und die Länge von w ist eine Primzahl$\}$.

D. $\{w | w \in L((a^* b^*)^*)$ und w enthält ungleich viele a's wie b's$\}$.

E. $\{a^n b^n | n \geqslant 1\}$.

F. $\{x | x$ enthält eine gerade Anzahl von a's und eine ungerade Anzahl von b's$\}$.

---

5. Welche der folgenden Sprachen ist nicht regulär?

A. $\{a^i b^j | i \geqslant 0, j \geqslant j\}$.

B. $\{x | x$ ist ein beliebiges Wort über $\{a, b\}$ außer aa und $aaa\}$.

C. $\{x | x \in \{0,1\}^*$ enthält zumindest drei 1en$\}$.

D. $(L(a^*) \cap L(ab^*)) \setminus L(a(b+c)^* d^*)$.

E. $\{x\$y | x, y \in \{a, b\}^*$ and $\ell(x) < \ell(y) \leqslant 4711\}$.

F. $\{x | x$ ist regulärer Ausdruck über $\{a, b\}\}$.

---

6. Sei p eine Primzahl und bezeichne $\mathbb{Z}/p$ der Ring der Restklassen modulo p. Welche der folgenden Aussagen ist nicht allgemein gültig?

A. keine der angeführten Aussagen

B. Für jede Restklasse $\overline{a}$ ungleich $\overline{0}$ und für jede natürliche Zahl k ist $\overline{a}^k \neq \overline{0}$.

C. Zu jeder Restklasse $\overline{a}$ ungleich $\overline{0}$ gibt es eine Restklasse $\overline{b}$ mit $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{1}$.

D. Zu jeder Restklasse $\overline{a}$ gibt es eine Restklasse $\overline{b}$ mit $\overline{a} + \overline{b} = \overline{0}$.

E. Zu jeder Restklasse $\overline{a}$ gibt es eine Restklasse b mit $\overline{a} = \overline{b}^2$.

---

7. Seien M und N Mengen. Welche der folgenden Bedingungen ist notwendig und hinreichend dafür, dass M und N die gleiche Kardinalität haben?

A. keine der angeführten Aussagen

B. M und N sind entweder beide unendlich oder beide endlich mit der gleichen Anzahl von Elementen.

C. Es existiert eine surjektive Abbildung von N nach M.

D. Es existiert eine injektive Abbildung von N nach M.

E. Es existiert eine surjektive Abbildung von M nach N.

F. Es existiert eine injektive Abbildung von M nach N.

G. Es existiert eine bijektive Abbildung von M nach N.

---

8. Wieviele Möglichkeiten gibt es, die symbolischen Zustände A, B, C, D eines endlichen Automaten durch Bitpaare zu codieren, sodass verschiedene Zustände auch verschiedene Bitpaare bekommen?

A. keine der angeführten Zahlen

B. 64

C. 16

D. 256

E. 128

F. 32

G. 24

---

9. Welche der folgenden partiell geordneten Mengen ist nicht wohlfundiert?

A. keine der angeführten Mengen

B. die Menge der natürlichen Zahlen mit der Teilbarkeitsordnung

C. die Menge der natürlichen Zahlen mit der natürlichen Ordnung

D. die Menge der Paare natürlicher Zahlen mit der lexikographischen Ordnung

E. die Menge der binären Wörter mit der graduiert-lexikographischen Ordnung

F. die Menge der binären Wörter mit der lexikographischen Ordnung

---

10. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in \mathrm{O}(g)$?

A. keine der angeführten Aussagen

B. $\lim_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

C. $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

D. $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

E. $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} > 0$

F. $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} < \infty$

---

11. Sei G der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a, 3, b), (a, 5, c), (a, 1, d), (b, 1, c), (b, 2, d), (d, 1, a), (d, 1, b)\},$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

---

12. Sei G der bewertete Graph mit den Ecken a, b, c, d, e, f, g und den Kanten

$$\{a, b\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, f\}, \{c, d\}, \{c, g\}, \{d, g\}, \{e, f\}.$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$2, 3, 1, 2, 1, 3, 2, 1.$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

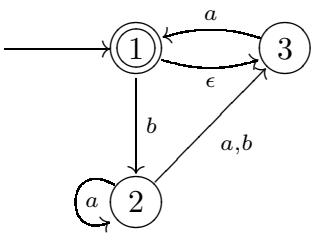
13. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 234 und 144, weiters ganze Zahlen u und v mit

$$234 \cdot u + 144 \cdot v = d$$

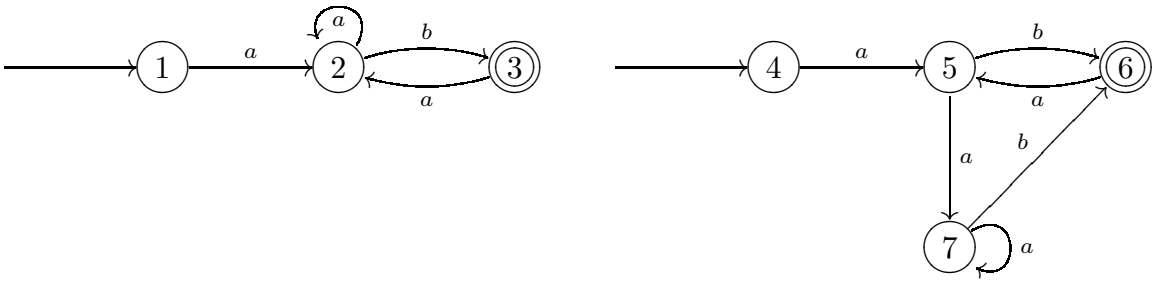
sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 234 und 144.

---

14. Betrachten Sie den folgenden ϵ-NEA N und wandeln Sie diesen in einen DEA um. Verwenden Sie dazu die Teilmengenkonstruktion.

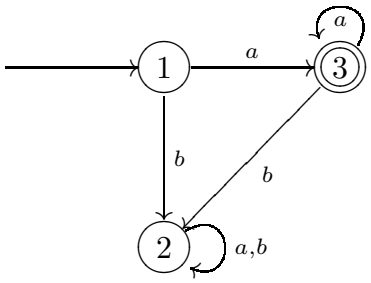


15. Betrachten Sie die folgenden beiden Automaten A und B:



Entscheiden Sie ob diese beiden Automaten äquivalent sind. Verwenden Sie dazu den Table-Filling Algorithmus indem Sie A und B als einzigen Automaten mit zwei Startzustnden betrachten.

16. Betrachten sie den folgenden DEA C:



Wandeln Sie C in einen regulären Ausdruck um, indem Sie die Methode aus der Skriptum verwenden. (Vergessen Sie nicht den regulären Ausdruck auch zusammenzusetzen, dabei knnen Sie, mssen aber nicht die Zwischenschritte vereinfachen.)

ANSWERKEY FOR "version3"

Version 1: E E F F F E G G F F