**1.** Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist richtig?

---

**A.** Keine der angeführten Aussagen.

**B.** Für eine nichtdeterministiche TM ist der Speicherplatz als die Summe der gelesenen Bandzeichen definiert, die in allen möglichen Berechnungen gelesen wird.

**C.** Es gibt keinen Algorithmus der das TSP Problem in Zeit $2^{O(n)}$ entscheidet.

**D.** Die Komplexitätsklasse NP ist nicht unter Vereinigung abgeschlossen.

**E.** Angenommen wir können einen (deterministischen) Algorithmus angeben, der das Problem TSP in polynomieller Zeit löst, dann haben P $\neq$ NP gezeigt.

**F.** Ein logarithmischer Umwandler ist eine deterministische TM mit einem Eingangsband, einem Arbeitsband, und einem Ausgabeband, sodass auf dem Arbeitsband maximal $O(\log n)$ viel Platz verbraucht werden darf, wobei $n$ die Länge der Eingabe misst.

---

**2.** Welche der folgenden Aussagen zur Entscheidbarkeit beziehungsweise Unentscheidbarkeit ist falsch?

---

**A.** Wenn $A$ und $\sim A$ rekursiv aufzählbar sind, dann ist $\sim A$ rekursiv.

**B.** Es existiert keine rekursive Menge, deren Komplement nicht rekursiv ist.

**C.** Das Zugehörigkeitsproblem (MP) einer Turingmaschine ist unentscheidbar

**D.** Das Halteproblem für $\epsilon$-NEA ist entscheidbar.

**E.** Jede rekursiv aufzählbare Menge ist nicht rekursiv.

---

**3.** Welches der folgenden Gesetze über reguläre Ausdrücke gilt nicht? (Hierbei bezeichnen $D, E, F$ reguläre Ausdrücke und wir schreiben vereinfachend $E$ für die von $E$ beschriebene Sprache $L(E)$.)

---

**A.** $E\varnothing = \varnothing$.

**B.** $(\epsilon)^* = \epsilon$.

**C.** $((E + F)D) = (ED + FD)$.

**D.** $(F(DE)) = ((FD)E)$.

**E.** $(E + F) = (F + E)$.

**F.** $(D(E + F)) = (DE + FD)$.

---

**4.** Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{a, b, c, \}$) kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden?

---

**A.** $\{a^n b^m | \text{wobei } n \neq m\}$.

**B.** $\{c^n a^m | m = n + 3\}$.

**C.** $\{a^n bbbc^{n+1} | n \text{ keine Primzahl}\}$.

**D.** $\{a^n b^n | \text{wobei } n \geqslant 7\}$.

**E.** $\{b^n c^m a^n | \text{wobei } n \geqslant 1,\ m \geqslant 0\ \}$.

**F.** $\{a^n b^m c^k | \text{wobei } n, m \geqslant 0,\ k \geqslant 1\}$.

---

**5.** Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

---

**A.** Keine der angeführten Aussagen.

**B.** Die entscheidene Eigenschaft eines $\epsilon$-NEA $A$ ist, dass $A$ zählen kann.

**C.** Eine reguläre Sprache kann entweder von einem endlichen Automaten oder von einem regulären Ausdruck beschrieben werden, nicht jedoch von beidem.

**D.** Alle Programmiersprachen sind regulär.

**E.** Zu jeder reguläre Sprache $L$ existiert ein eindeutiger und minimaler deterministischer endlicher Automat $A$, sodass $L$ die Sprache von $A$ ist.

---

**6.** Welche Komplexität hat der binäre euklidische Algorithmus für Zahlen mit $n$ Binärziffern ?

---

**A.** keine der angeführten Komplexitäten

**B.** $\Omega(n^3)$ Bitoperationen

**C.** $\Theta(n^2 \log n)$ Bitoperationen

**D.** O(log n) Bitoperationen

**E.** O(n log n) Bitoperationen

**F.** O(n) Bitoperationen

**G.** O($n^2$) Bitoperationen

---

**7.** Seien $M$ und $N$ Mengen. Welche der folgenden Bedingungen ist notwendig und hinreichend dafür, dass die Kardinalität von $M$ kleiner als die Kardinalität von $N$ ist?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** Entweder ist $M$ endlich und $N$ unendlich, oder $M$ und $N$ sind beide endlich und $M$ hat weniger Elemente als $N$.

**C.** Es existiert eine surjektive Abbildung von $N$ nach $M$.

**D.** Es existiert keine bijektive Abbildung von $M$ nach $N$.

**E.** Es existiert eine injektive aber keine bijektive Abbildung von $M$ nach $N$.

---

**8.** Wieviele Funktionen $f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}^2$ gibt es, die bijektiv sind ?

---

**A.** keine der angeführten Zahlen

**B.** 64

**C.** 16

**D.** 256

**E.** 24

---

**9.** Sei $M$ eine endliche Menge mit einer partiellen Ordnung $\leq$ . Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** Für zwei Elemente $x$ und $y$ von $M$ gilt $x \leq y$ oder $y \leq x$.

**C.** Jede Teilmenge von $M$ besitzt ein größtes Element.

**D.** Jede nichtleere Teilmenge von $M$ besitzt ein größtes Element.

**E.** Jede Teilmenge von $M$ besitzt ein maximales Element.

**F.** Jede nichtleere Teilmenge von $M$ besitzt ein maximales Element.

---

**10.** Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in \mathrm{o}(g)$ ?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

**C.** $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

**D.** $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} > 0$

**E.** $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} < \infty$

**F.** $\lim_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

---

**11.** Sei $G$ der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a, 1, b), (a, 4, c), (b, 2, a), (c, 2, b), (d, 4, c), (d, 1, a)\},$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

---

**12.** Sei $G$ der bewertete Graph mit den Ecken $a, b, c, d, e, f, g$ und den Kanten

$$\{a, b\}, \{a, e\}, \{b, e\}, \{b, f\}, \{c, d\}, \{c, g\}, \{d, g\}, \{e, f\}.$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$1, 2, 3, 1, 2, 1, 3, 2.$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

**13.** Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler $d$ von 233 und 89, weiters ganze Zahlen $u$ und $v$ mit

$$233 \cdot u + 89 \cdot v = d$$

sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 233 und 89.

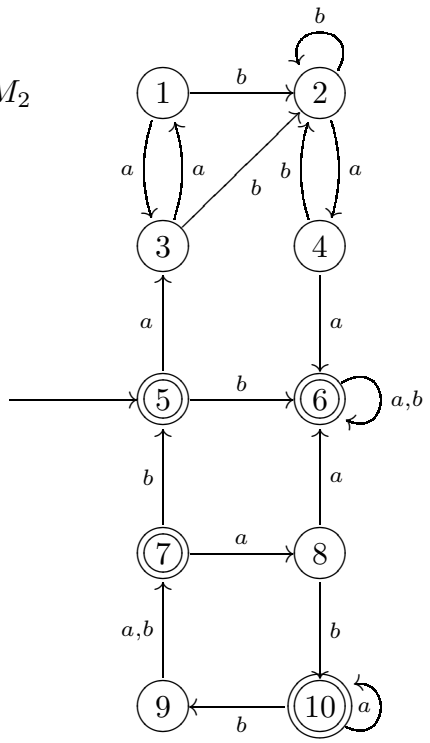
---

**14.** Betrachten Sie den folgenden $\epsilon$-NEA $N$ und wandeln Sie diesen in einen DEA um. Verwenden Sie dazu die Teilmengenkonstruktion.

| | $\epsilon$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $\rightarrow 1$ | $\{2\}$ | $\{3\}$ | $\varnothing$ |
| $*2$ | $\varnothing$ | $\{1\}$ | $\varnothing$ |
| $3$ | $\varnothing$ | $\{2\}$ | $\{2,3\}$ |

**15.** Betrachten Sie den folgenden DEA $A$ und minimieren Sie diesen anhand der Methode im Skriptum. (Geben Sie auch den minimierten Automaten vollständig an.)

$M_2$



**16.** Betrachten Sie den folgenden DEA $C$:

| | $a$ | $b$ |
|---|---|---|
| $\rightarrow p$ | $q$ | $p$ |
| $*q$ | $q$ | $p$ |

Wandeln Sie $C$ in einen regulären Ausdruck um, indem Sie die Methode aus der Skriptum verwenden. (Vergessen Sie nicht den regulären Ausdruck auch zusammenzusetzen, dabei können Sie, müssen aber nicht die Zwischenschritte vereinfachen.)

---

**ANSWERKEY FOR "version4"**

Version 1: F E F F E G E E F F