11) *Lösung.* Bei Numerierung der Ecken nach dem Alphabet läuft Floyd wie folgt:

$$\begin{pmatrix} \boxed{0} & 1 & 4 & \infty \\ 2 & 0 & \infty & \infty \\ \infty & 2 & 0 & \infty \\ 1 & \infty & 4 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & \infty \\ 2 & \boxed{0} & 6 & \infty \\ \infty & 2 & 0 & \infty \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & \infty \\ 2 & 0 & 6 & \infty \\ 4 & 2 & \boxed{0} & \infty \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \to$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & \infty \\ 2 & 0 & 6 & \infty \\ 4 & 2 & 0 & \infty \\ 1 & 2 & 4 & \boxed{0} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & \infty \\ 2 & 0 & 6 & \infty \\ 4 & 2 & 0 & \infty \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

□

12) *Lösung.* Kruskal liefert:

k_i	$b(k_i)$	P
		$\{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{g\}\}$
$\{b,d\}$	1	$\{\{a\},\{b,d\},\{c\},\{e\},\{f\},\{g\}\}$
$\{c,d\}$	1	$\{\{a\},\{b,c,d\},\{e\},\{f\},\{g\}\}$
$\{e,f\}$	1	$\{\{a\},\{b,c,d\},\{e,f\},\{g\}\}$
$\{a,b\}$	2	$\{a,b,c,d\},\{e,f\},\{g\}\}$
$\{b,f\}$	2	$\{\{a,b,c,d,e,f\},\{g\}\}$
$\{d,g\}$	2	$\{\{a,b,c,d,e,f,g\}\}$
$\{c,d\}$	3	
$\{a,e\}$	3	

Somit ist $W = \{\{a,b\},\{b,d\},\{b,f\},\{c,d\},\{d,g\},\{e,f\}\}$ der einzige spannende Wald mit minimaler Bewertung und ein Baum.

□

13) *Lösung.* Der erweiterte euklidische Algorithmus mit $a = 233$ und $b = 89$ liefert:

q	A	B
	$(233, 1, 0)$	$(89, 0, 1)$
2	$(89, 0, 1)$	$(55, 1, -2)$
1	$(55, 1, -2)$	$(34, -1, 3)$
1	$(34, -1, 3)$	$(21, 2, -5)$
1	$(21, 2, -5)$	$(13, -3, 8)$
1	$(13, -3, 8)$	$(8, 5, -13)$
1	$(8, 5, -13)$	$(5, -8, 21)$
1	$(5, -8, 21)$	$(3, 13, -34)$
1	$(3, 13, -34)$	$(2, -21, 55)$
1	$(2, -21, 55)$	$(1, 34, -89)$

Somit sind $d = 1$, $u = 34$ und $v = -89$. Das kleinste gemeinsame Vielfache von a und b ist

$$a \cdot \frac{b}{d} = 233 \cdot 89 = 20737\,.$$

□

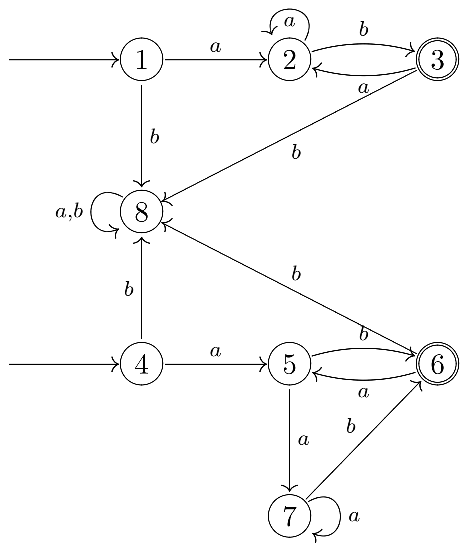
14) *Lösung.* Teilmengenkonstruktion von N liefert den folgenden deterministischen endlichen Automaten:

	a	b
$\rightarrow *\{1, 2\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\varnothing$
$*\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{2, 3\}$
$*\{2, 3\}$	$\{1, 2\}$	$\{2, 3\}$
$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$

□

15) *Lösung.* Beachten Sie dass beide Automaten deterministisch sind in dem Sinn, dass zu jeden Zustand und jeder Eingabe maximal ein Übergang zulässig ist. Wir

vereinen die beiden Automaten und fügen einen gemeinsamen Fangzustand ein.



Für diesen Automaten zeigen wir jetzt mit dem Table-Filling Algorithmus dass die Startzustände äquivalent sind, darauf folgt die Äquivalenz der Automaten.

1							
✓	2						
✓	✓	3					
	✓	✓	4				
✓		✓	✓	5			
✓	✓		✓	✓	6		
✓		✓	✓		✓	7	
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	8

□

16) *Lösung.*

$$\begin{aligned}
R^3_{1,3} &= R^2_{1,3} + R^2_{1,3}(R^2_{3,3})^* R^2_{3,3} &&= \mathbf{a} + \mathbf{a}\mathbf{a}^* = \mathbf{a}^+ \\
R^2_{1,3} &= R^1_{1,3} + R^1_{1,2}(R^1_{2,2})^* R^1_{2,3} &&= \mathbf{a} + \mathbf{b}(\mathbf{a}+\mathbf{b})^* \varnothing = \mathbf{a} \\
R^2_{3,3} &= R^1_{3,3} + R^1_{3,2}(R^1_{2,2})^* R^1_{2,3} &&= \mathbf{a} + \epsilon + \varnothing = \mathbf{a} + \epsilon \\
R^1_{1,3} &= R^0_{1,3} + R^0_{1,1}(R^0_{1,1})^* R^0_{1,3} &&= \mathbf{a} + \mathbf{a} = \mathbf{a} \\
R^1_{1,2} &= R^0_{1,2} + R^0_{1,1}(R^0_{1,1})^* R^0_{1,2} &&= \mathbf{b} + \mathbf{b} = \mathbf{b} \\
R^1_{2,2} &= R^0_{2,2} + R^0_{2,1}(R^0_{1,1})^* R^0_{1,2} &&= \mathbf{a} + \mathbf{b} + \epsilon \\
R^1_{2,3} &= R^0_{2,3} + R^0_{2,1}(R^0_{1,1})^* R^0_{1,3} &&= \varnothing + \varnothing = \varnothing \\
R^1_{3,3} &= R^0_{3,3} + R^0_{3,1}(R^0_{1,1})^* R^0_{1,3} &&= \mathbf{a} + \epsilon \\
R^1_{3,2} &= R^0_{3,2} + R^0_{3,1}(R^0_{1,1})^* R^0_{1,2} &&= \mathbf{b} + \varnothing = \mathbf{b}
\end{aligned}$$

Der zu C äquivalente reguläre Ausdruck ist als $\mathbf{a}^+$. □