1. Welche der folgenden Funktionen liegt in $\mathrm{O}(n \log n)$?

A. $2n \log n + 3$

B. $n^2/1001$

C. $n!$

D. keine der angeführten Funktionen

E. $n\sqrt{n}$

F. $2^n/1001$

---

2. Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{a, b, c, \}$) kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden?

A. $\{a^n b^m c^k |\text{wobei } n, m \geqslant 0,\ k \geqslant 1\}$.

B. $\{a^n bbbc^{n+1} | n \text{ keine Primzahl}\}$.

C. $\{c^n a^m | m = n + 3\}$.

D. $\{a^n b^n |\text{wobei } n \geqslant 7\}$.

E. $\{b^n c^m a^n |\text{wobei } n \geqslant 1,\ m \geqslant 0\ \}$.

F. $\{a^n b^m |\text{wobei } n \neq m\}$.

---

3. Welches der folgenden Gesetze über reguläre Ausdrücke gilt nicht? (Hierbei bezeichnen D, E, F reguläre Ausdrücke und wir schreiben vereinfachend E für die von E beschriebene Sprache $L(E)$.)

A. $(L + M)^+ = (L^+M^+)^+$.

B. $((DE)F) = (D(EF))$.

C. $((D + E) + F) = (D + (E + F))$.

D. $(\varnothing)^* = \epsilon$.

E. $(L + M)^* = (L^*M^*)^*$.

F. $((E + F)D) = (ED + FD)$.

---

4. Sei M eine Menge mit einer wohlfundierten partiellen Ordnung $\leq$. Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

A. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein kleinstes Element.

B. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.

C. keine der angeführten Aussagen

D. Es gibt keine unendliche absteigende Kette in M.

E. Jedes Element von M hat nur endlich viele Vorgänger.

F. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.

G. Jedes Element von M hat nur endlich viele Nachfolger.

---

5. Welche Komplexität hat der binäre euklidische Algorithmus für Zahlen mit n Binärziffern ?

A. $\mathrm{O}(\mathrm{n}^2)$ Bitoperationen

B. $\mathrm{O}(\log \mathrm{n})$ Bitoperationen

C. keine der angeführten Komplexitäten

D. $\Omega(n^3)$ Bitoperationen

E. $\mathrm{O}(\mathrm{n})$ Bitoperationen

F. $\mathrm{O}(\mathrm{n} \log \mathrm{n})$ Bitoperationen

G. $\Theta(n^2 \log n)$ Bitoperationen

---

6. Wieviele Funktionen $f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}^2$ gibt es, die surjektiv aber nicht injektiv sind ?

A. 0

B. 256

C. 24

D. keine der angeführten Zahlen

E. 232

---

7. Sei G ein Baum mit $n > 0$ Ecken. Wieviele Kanten hat G?

A. keiner der angeführten Ausdrücke

B. n^2

C. n

D. $(n+1)^2$

E. $n+1$

F. $(n-1)^2$

G. $n-1$

---

8. Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist richtig?

A. Das TSP Problem ist hart für die Zeitkomplexitätsklasse NP, das heißt, dass keine Turingmaschine das Problem lösen kann.

B. Nach heutigem Wissen ist die Komplexitätsklasse NP unter Komplement abgeschlossen.

C. Das Problem MAZE ist in polynomieller Zeit auf einer deterministischen Turingmaschine lösbar.

D. Es gibt eine effiziente, das heißt in polynomieller Zeit ausführbare Methode, die jeden NEA in einen DEA überführt.

E. Ein logarithmischer Umwandler ist eine deterministische TM mit drei Bändern, sodass auf dem Arbeitsband maximal $O(n)$ viel Platz verbraucht werden darf, wobei n die Länge der Eingabe misst.

---

9. Welche der folgenden Berechnungsmodelle sind nicht äquivalent zu Turingmaschinen?

A. Turingmaschinen mit polynomiell beschränkten Bändern.

B. Turingmaschinen mit einem beidseitig unbeschränkten Band.

C. Nichtdeterministische Turingmaschinen mit beliebig vielen Bändern.

D. Endliche Automaten mit zwei Kellerspeichern.

E. Registermaschinen mit beliebig vielen Registern.

---

10. Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

A. Jeder DEA kann in einen regulären Ausdruck verwandelt werden, nicht aber umgekehrt.

B. Reguläre Ausdrücke und DEAs sind äquivalent, aber nichtdeterministische Automaten können nicht durch deterministische simuliert werden.

C. Die Klasse der Sprachen, die von einem nichtdeterministischen Automaten akzeptiert werden, ist eine Oberklasse der regulären Sprachen.

D. Die Klasse der Sprachen, die von einem deterministischen Automaten akzeptiert werden, ist eine echte Teilklasse der regulären Sprachen.

E. Keine der Aussagen.

F. Es gibt einen regulären Ausdruck E, sodass $L(E)$ nur von einem deterministischen Automaten akzeptiert wird.

---

1. Wieviele Funktionen $f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}^2$ gibt es, die surjektiv aber nicht injektiv sind ?

A. 232

B. keine der angeführten Zahlen

C. 256

D. 24

E. 0

---

2. Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

A. Reguläre Ausdrücke und DEAs sind äquivalent, aber nichtdeterministische Automaten können nicht durch deterministische simuliert werden.

B. Es gibt einen regulären Ausdruck E, sodass $L(E)$ nur von einem deterministischen Automaten akzeptiert wird.

C. Keine der Aussagen.

D. Die Klasse der Sprachen, die von einem nichtdeterministischen Automaten akzeptiert werden, ist eine Oberklasse der regulären Sprachen.

E. Jeder DEA kann in einen regulären Ausdruck verwandelt werden, nicht aber umgekehrt.

F. Die Klasse der Sprachen, die von einem deterministischen Automaten akzeptiert werden, ist eine echte Teilklasse der regulären Sprachen.

---

3. Sei M eine Menge mit einer wohlfundierten partiellen Ordnung $\leq$. Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

A. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein kleinstes Element.

B. keine der angeführten Aussagen

C. Jedes Element von M hat nur endlich viele Nachfolger.

D. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.

E. Es gibt keine unendliche absteigende Kette in M.

F. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.

G. Jedes Element von M hat nur endlich viele Vorgänger.

---

4. Welche Komplexität hat der binäre euklidische Algorithmus für Zahlen mit n Binärziffern ?

A. $\Omega(n^3)$ Bitoperationen

B. $\Theta(n^2 \log n)$ Bitoperationen

C. $\mathrm{O}(\mathrm{n} \log \mathrm{n})$ Bitoperationen

D. $\mathrm{O}(\mathrm{n}^2)$ Bitoperationen

E. $\mathrm{O}(\mathrm{n})$ Bitoperationen

F. $\mathrm{O}(\log \mathrm{n})$ Bitoperationen

G. keine der angeführten Komplexitäten

---

5. Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{a, b, c, \}$) kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden?

A. $\{a^n b^m c^k | \text{wobei } n, m \geqslant 0,\ k \geqslant 1\}$.

B. $\{c^n a^m | m = n + 3\}$.

C. $\{a^n b^n | \text{wobei } n \geqslant 7\}$.

D. $\{b^n c^m a^n | \text{wobei } n \geqslant 1,\ m \geqslant 0\ \}$.

E. $\{a^n b^m | \text{wobei } n \neq m\}$.

F. $\{a^n bbbc^{n+1} | n \text{ keine Primzahl}\}$.

---

6. Welches der folgenden Gesetze über reguläre Ausdrücke gilt nicht? (Hierbei bezeichnen D, E, F reguläre Ausdrücke und wir schreiben vereinfachend E für die von E beschriebene Sprache $L(E)$.)

A. $(\emptyset)^* = \epsilon$.

B. $((DE)F) = (D(EF))$.

C. $(L + M)^* = (L^* M^*)^*$.

D. $((E + F)D) = (ED + FD)$.

E. $(L + M)^+ = (L^+ M^+)^+$.

F. $((D + E) + F) = (D + (E + F))$.

---

7. Welche der folgenden Berechnungsmodelle sind nicht äquivalent zu Turingmaschinen?

A. Endliche Automaten mit zwei Kellerspeichern.

B. Turingmaschinen mit einem beidseitig unbeschränkten Band.

C. Nichtdeterministische Turingmaschinen mit beliebig vielen Bändern.

D. Turingmaschinen mit polynomiell beschränkten Bändern.

E. Registermaschinen mit beliebig vielen Registern.

---

8. Sei G ein Baum mit $n > 0$ Ecken. Wieviele Kanten hat G?

A. n^2

B. keiner der angeführten Ausdrücke

C. $n + 1$

D. $n - 1$

E. $(n + 1)^2$

F. n

G. $(n - 1)^2$

---

9. Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist richtig?

A. Nach heutigem Wissen ist die Komplexitätsklasse NP unter Komplement abgeschlossen.

B. Das TSP Problem ist hart für die Zeitkomplexitätsklasse NP, das heißt, dass keine Turingmaschine das Problem lösen kann.

C. Es gibt eine effiziente, das heißt in polynomieller Zeit ausführbare Methode, die jeden NEA in einen DEA überführt.

D. Ein logarithmischer Umwandler ist eine deterministische TM mit drei Bändern, sodass auf dem Arbeitsband maximal $O(n)$ viel Platz verbraucht werden darf, wobei n die Länge der Eingabe misst.

E. Das Problem MAZE ist in polynomieller Zeit auf einer deterministischen Turingmaschine lösbar.

---

10. Welche der folgenden Funktionen liegt in $O(n \log n)$?

A. keine der angeführten Funktionen

B. $n!$

C. $n\sqrt{n}$

D. $n^2/1001$

E. $2n \log n + 3$

F. $2^n/1001$

---

11. Sei G der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a, 1, b), (a, 4, c), (b, 2, a), (c, 2, b), (d, 4, c), (d, 1, a)\},$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

---

12. Sei G der bewertete Graph mit den Ecken a, b, c, d, e, f, g und den Kanten

$$\{a, b\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, f\}, \{c, d\}, \{c, g\}, \{d, g\}, \{e, f\}.$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$2, 3, 1, 2, 1, 3, 2, 1.$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

13. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 233 und 89, weiters ganze Zahlen u und v mit

$$233 \cdot u + 89 \cdot v = d$$

sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 233 und 89.

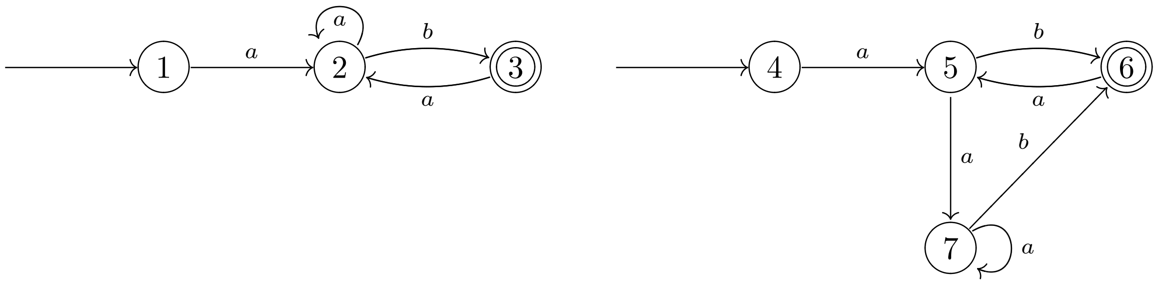
---

14. Betrachten Sie den folgenden ϵ-NEA N und wandeln Sie diesen in einen DEA um. Verwenden Sie dazu die Teilmengenkonstruktion.

	ϵ	a	b
$\rightarrow 1$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\varnothing$
$*2$	$\varnothing$	$\{1\}$	$\varnothing$
3	$\varnothing$	$\{2\}$	$\{2, 3\}$

---

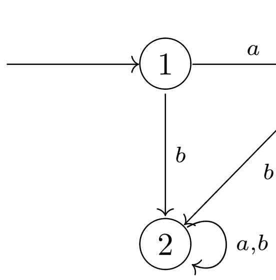
15. Betrachten Sie die folgenden beiden Automaten A und B:



Entscheiden Sie ob diese beiden Automaten äquivalent sind. Verwenden Sie dazu den Table-Filling Algorithmus indem Sie A und B als einzigen Automaten mit zwei Startzuständen betrachten.

---

16. Betrachten sie den folgenden DEA C:



Wandeln Sie C in einen regulären Ausdruck um, indem Sie die Methode aus der Skriptum verwenden. (Vergessen Sie nicht den regulären Ausdruck auch zusammenzusetzen, dabei können Sie, müssen aber nicht die Zwischenschritte vereinfachen.)

ANSWERKEY FOR "version3"

Version 1: A A A D A A G C A C

Version 2: E D E D A E D D E E