1. Welche der folgenden Aussagen über reguläre Ausdrücke gilt? (Hierbei bezeichnen D, E, F beliebige reguläre Ausdrücke und wir schreiben vereinfachend E für die von E beschriebene Sprache $L(E)$.)

A. $\epsilon + LL^* = L^*L\epsilon$.

B. $E\varnothing = E$.

C. $(E + \varnothing) = (E + \epsilon)$.

D. $D + (E + F) = (D + E)F$.

E. $(\varnothing)^* = \epsilon$.

F. $(E + \epsilon)F^* = EF^+$.

---

2. Welche der folgenden Aussagen zur Entscheidbarkeit beziehungsweise Unentscheidbarkeit ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Wenn A rekursiv ist, dann ist $\sim A$ nicht rekursiv aufzählbar.

C. Es gibt eine rekursiv aufzählbare Menge, die nicht rekursiv ist.

D. Das Zugehörigkeitsproblem (MP) einer Turingmaschine ist entscheidbar.

E. Eine Menge oder ihr Komplement sind rekursiv aufzählbar.

---

3. Sei M eine endliche Menge mit einer partiellen Ordnung $\leq$. Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

A. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.

B. Jede Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.

C. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.

D. keine der angeführten Aussagen

E. Jede Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.

F. Für zwei Elemente x und y von M gilt $x \leq y$ oder $y \leq x$.

---

4. Seien f und g Funktionen von natürlichen Zahlen, die positive reelle Werte annehmen. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in \mathrm{O}(g)$?

A. $\lim_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

B. $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} < \infty$

C. $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

D. keine der angeführten Aussagen

E. $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} > 0$

F. $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

---

5. Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist richtig?

A. Keine der angeführten Aussagen.

B. Ein logarithmischer Umwandler ist eine deterministische TM mit einem Eingangsband, einem Arbeitsband, und einem Ausgabeband, sodass auf dem Arbeitsband maximal $O(\log n)$ viel Platz verbraucht werden darf, wobei n die Länge der Eingabe misst.

C. Angenommen wir können einen (deterministischen) Algorithmus angeben, der das Problem TSP in polynomieller Zeit löst, dann haben $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$ gezeigt.

D. Es gibt keinen Algorithmus der das TSP Problem in Zeit $2^{O(n)}$ entscheidet.

E. Die Komplexitätsklasse NP ist nicht unter Vereinigung abgeschlossen.

F. Für eine nichtdeterministiche TM ist der Speicherplatz als die Summe der gelesenen Bandzeichen definiert, die in allen möglichen Berechnungen gelesen wird.

---

6. Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{a, b\}$) ist regulär?

A. $\{a^i b^j | i \geqslant 0, j \geqslant 0, i \neq j\}$.

B. $\{x | x$ enthält eine gerade Anzahl von a's und eine ungerade Anzahl von b's$\}$.

C. $\{w | w \in L(a^*)$ und die Länge von w ist eine Primzahl$\}$.

D. Keine der angeführten Sprachen.

E. $\{w | w \in L((a^* b^*)^*)$ und w enthält ungleich viele a's wie b's$\}$.

F. $\{a^n b^n | n \geqslant 1\}$.

---

7. Welche der folgenden Sprachen ist nicht regulär?

A. $\{x|x$ ist ein beliebiges Wort über $\{a, b\}$ außer aa und $aaa\}$.

B. $\{x\$y|x, y \in \{a, b\}^*$ and $|x| < |y| \leqslant 4711\}$.

C. $\{x|x$ ist regulärer Ausdruck über $\{a, b\}\}$.

D. $\{x|x \in \{0, 1\}^*$ enthält zumindest drei 1en$\}$.

E. $(L(a^* + cb) \cap L(ab^*)) \setminus L(a(b + c)^*d^*)$.

F. $\{0^i1^j|i \geqslant 0, j \geqslant 0\}$.

---

8. Welche der folgenden Restklassen modulo 119 ist nicht invertierbar ?

A. $\overline{118}$

B. $\overline{55}$

C. $\overline{37}$

D. keine der angeführten Restklassen

E. $\overline{102}$

F. $\overline{36}$

---

9. Wieviele Möglichkeiten gibt es, die symbolischen Zustände A, B, C, D eines endlichen Automaten durch Bitpaare zu codieren, sodass verschiedene Zustände auch verschiedene Bitpaare bekommen?

A. 128

B. 24

C. 32

D. 16

E. 256

F. keine der angeführten Zahlen

G. 64

---

10. Welche der folgenden Mengen ist nicht abzählbar ?

A. $\mathbb{Q}$

B. $\{0,1\}^{\mathbb{N}}$

C. keine der angeführten Mengen

D. $\{0,1\}^*$

E. $\mathbb{N}^n$

F. $\mathbb{Z}$

---

11. Sei G der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a, 3, b), (a, 5, c), (a, 1, d), (b, 1, c), (b, 2, d), (d, 1, a), (d, 1, b)\},$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

---

12. Sei G der bewertete Graph mit den Ecken a, b, c, d, e, f, g, h und den Kanten

$$\{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, f\}, \{b, g\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{f, g\}, \{g, h\}.$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$5, 4, 1, 8, 7, 2, 3, 6, 9.$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

13. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 97 und 111, weiters ganze Zahlen u und v mit

$$97 \cdot u + 111 \cdot v = d$$

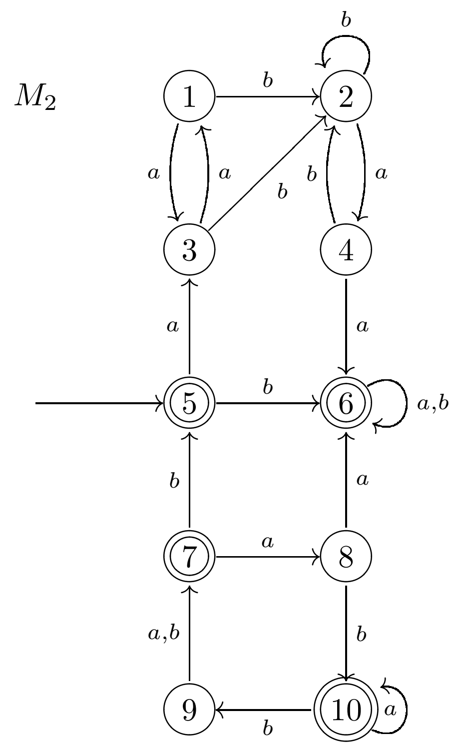
sowie das Inverse von 97 modulo 111, falls es existiert.

---

14. Betrachten Sie den folgenden ϵ-NEA N und wandeln Sie diesen in einen DEA um. Verwenden Sie dazu die Teilmengenkonstruktion.

	a	b
$\rightarrow *p$	$\{q\}$	$\{p, q\}$
q	$\varnothing$	$\{p\}$

15. Betrachten Sie den folgenden DEA A und minimieren Sie diesen anhand der Methode im Skriptum. (Geben Sie auch den minimierten Automaten vollständig an.)



16. Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{1^i 0 1^i | \text{wobei } i \geqslant 0\}$$

nicht regulär ist.

ANSWERKEY FOR "version4"

```
Version 1:  E  C  A  B  B  B  C  E  B  B
```