1. Welche der folgenden Aussagen zum Halteproblem ist falsch?

A. Für jeden nichtdeterministischen Automaten N kann entschieden werden, ob N die Eingabe akzeptiert, oder nicht.

B. HP ist eine von mehreren Sprache, die rekursiv aufzählbar, aber nicht rekursiv sind.

C. HP ist eine formale Sprache, deren Elemente die Kodierung einer Turingmaschinen und einer Eingabe sind.

D. Das Halteproblem ist ein sehr schwieriges, semi-entscheidbares Problem.

E. Das Halteproblem ist rekursiv.

---

2. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen und regulären Sprachen ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Um eine nichtdeterministische Turingmaschine in eine deterministische umzuwandeln, wenden wir die Teilmengenkonstruktion an.

C. Bei einer Turingmaschine, die einen DEA simuliert, bewegen sich die Leseköpfe immer in unterschiedliche Richtungen.

D. Die Klasse der Sprachen, die von einer 1-Band-Turingmaschine akzeptiert werden, ist echt kleiner als die Klasse der Sprachen, die von einer 3-Band-Turingmaschine akzeptiert werden.

E. Jeder ϵ-NEA kann in eine deterministische Turingmaschine umgewandelt werden.

---

3. Welche der folgenden Aussagen über reguläre Ausdrücke gilt? (Hierbei bezeichnen D, E, F beliebige reguläre Ausdrücke und wir schreiben vereinfachend E für die von E beschriebene Sprache $L(E)$.)

A. $E(DE + E)^*D = DD^*E(DD^*E)^*$.

B. $(D + E)^* = (D^*E)^*$.

C. $(D + E)^*E = (D^*E)^*$.

D. $(DE + D)^*DE = (DD^*E)^*$.

E. $(D + E)^* = D^* + E^*$.

F. $(DE + D)^*D = D(ED + D)^*$.

---

4. Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{0,1\}$) kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden?

A. $\{0^n 1^m | \text{wobei } n \neq m\}$.

B. $\{1^n 0^m | \text{wobei } n < m\}$.

C. $\{0^n 1 0^{n+1} | n \text{ eine Primzahl}\}$.

D. $\{0^n 1^n | \text{wobei } n \geqslant 0\}$.

E. $\{0^n 1^n | \text{wobei } 10 \leqslant n\}$.

F. $\{0^n 0^n | \text{wobei } n \geqslant 0\}$.

---

5. Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Eine Sprache heißt regulär wenn sie entweder von einem NEAs, einem ϵ-NEAs oder einem DEAs akzeptiert wird. Die Menge der Sprachen von regulären Ausdrücken ist eine echte Teilmenge der regulären Sprachen.

C. Jeder regulären Ausdruck kann in einen äquivalenten ϵ-NEA umgewandelt werden, nicht aber umgekehrt.

D. Es gibt einen deterministischen Automaten A, sodass $L(A)$ nur durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden kann.

E. Die Klasse der Sprachen, die von einem regulären Ausdruck beschrieben werden, sind eine echte Oberklasse der regulären Sprachen.

F. Die Klasse der Sprachen, die von einem deterministischen Automaten akzeptiert werden sind eine Unterklasse der regulären Sprachen.

---

6. Sei n eine positive ganze Zahl und sei a eine ganze Zahl ungleich null. Welches der folgenden Kriterien ist äquivalent zur Invertierbarkeit der Restklasse von a modulo n ?

A. keine der angeführten Aussagen

B. n ist eine Primzahl.

C. a ist eine Primzahl.

D. Das kleinste gemeinsame Vielfache von a und n ist gleich dem Maximum von a und n .

E. Der größte gemeinsame Teiler von a und n ist ungleich 1 .

F. Der größte gemeinsame Teiler von a und n ist 1 .

---

7. Was ist die erzeugende Funktion der Folge 3^n ?

A. keine der angeführten Funktionen

B. $\log(1-3x)$

C. 3^x

D. $\frac{1}{(1-x)^3}$

E. $\frac{x}{1-3x}$

F. $\frac{1}{1-3x}$

---

8. Für welche der folgenden Relationen auf der Menge $\{1,2,3,4,5,6\}$ ist der Graph von R azyklisch ?

A. für keine der angeführten Relationen

B. $\{(4,3),(5,1),(2,5),(3,2),(5,4),(3,1),(2,6),(3,5)\}$

C. $\{(4,3),(5,1),(2,5),(3,2),(4,1),(3,1),(5,6),(6,4)\}$

D. $\{(4,3),(5,1),(6,1),(2,5),(3,2),(6,2),(1,4),(3,5)\}$

E. $\{(4,3),(5,1),(2,5),(3,2),(4,1),(3,1),(6,1),(5,3)\}$

F. $\{(4,3),(5,1),(2,5),(3,2),(4,1),(3,1),(3,5),(2,1)\}$

---

9. Sei M eine Menge mit einer wohlfundierten partiellen Ordnung $\leq$. Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

A. keine der angeführten Aussagen

B. Jedes Element von M hat nur endlich viele Nachfolger.

C. Jedes Element von M hat nur endlich viele Vorgänger.

D. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.

E. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein kleinstes Element.

F. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.

G. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein minimales Element.

---

10. Seien f und g Funktionen von natürlichen Zahlen, die positive reelle Werte annehmen. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in \Theta(g)$?

A. keine der angeführten Aussagen

B. $f \in \mathrm{O}(g)$ oder $f \in \Omega(g)$

C. $f \notin \mathrm{O}(g)$ und $f \notin \Omega(g)$

D. $f \notin \mathrm{O}(g)$ und $f \in \Omega(g)$

E. $f \in \mathrm{O}(g)$ und $f \notin \Omega(g)$

F. $f \in \mathrm{O}(g)$ und $f \in \Omega(g)$

---

11. Sei $M := \{a, b, c, d\}$, sei

$$R = \{(a, c), (b, d), (d, a), (c, b)\}$$

und sei G der Graph der Relation R. Stellen Sie die Adjazenzmatrix A des Graphen G auf, berechnen Sie mit dem Algorithmus von Warshall die Adjazenzmatrix der transitiven Hülle T von R und geben Sie die Mengendifferenz $M^2 \setminus T$ an.

12. Sei G der bewertete Graph mit den Ecken a, b, c, d, e, f, g und den Kanten

$$\{a, b\}, \{a, e\}, \{b, e\}, \{b, f\}, \{c, d\}, \{c, g\}, \{d, g\}, \{e, f\}.$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$1, 2, 3, 1, 2, 1, 3, 2.$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

13. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 233 und 144, weiters ganze Zahlen u und v mit

$$233 \cdot u + 144 \cdot v = d$$

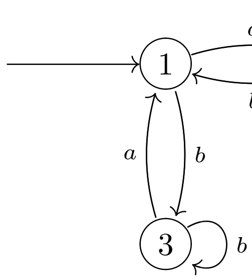
sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 233 und 144.

---

14. Betrachten Sie den folgenden ϵ-NEA N und wandeln Sie diesen in einen DEA um. Verwenden Sie zur Umwandlung in einen DEA die Teilmengenkonstruktion.

	ϵ	a	b
$\rightarrow 1$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{2\}$
2	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{4\}$
3	$\{2\}$	$\{5\}$	$\varnothing$
4	$\{5\}$	$\varnothing$	$\{4, 6\}$
5	$\{4\}$	$\{5, 7\}$	$\varnothing$
$* 6$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
$* 7$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$

15. Betrachten sie den folgenden DEA C:



Wandeln Sie C in einen regulären Ausdruck um, indem Sie die Methode aus der Skriptum verwenden. (Vergessen Sie nicht den regulären Ausdruck auch zusammenzusetzen, dabei können Sie, müssen aber nicht die Zwischenschritte vereinfachen.)

---

16. Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas dass die Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k | \text{wobei } i \geqslant 0,\ j \geqslant 0 \text{ und } i + j \geqslant k\}$$

nicht regulär ist.

ANSWERKEY FOR "versionU"

```
Version 1:  E  E  F  F  F  F  F  F  G  F
```