Algorithmen & Datenstrukturen
Midterm Test 1

Martin Avanzini <martin.avanzini@uibk.ac.at>
Thomas Bauereiß <thomas.bauereiss@uibk.ac.at>
Herbert Jordan <herbert@dps.uibk.ac.at>
René Thiemann <rene.thiemann@uibk.ac.at>

3. Mai

Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe	**mögliche Punkte**	**erreichte Punkte**
1.1	3	
1.2	6	
1.3	6	
2.1	4	
2.2	11	
3.1	3	
3.2	5	
3.3	5	
3.4	2	
Gesamt	**45**	

Aufgabe 1) Analyse von Algorithmen (15 Punkte)

1. Geben Sie die formalen Definitionen von $\mathcal{O}(g(n))$ und $\Theta(g(n))$ an.
2. Zeigen Sie anhand der Definition von $\mathcal{O}(n^3)$, dass $3n^2 + 12 = \mathcal{O}(n^3)$.
3. Finden Sie mit Hilfe des Master Theorems eine geschlossene Form $T(n) = \Theta(\dots)$ für die Rekursionsgleichung:

$$T(n) = 3 \cdot T\left(\frac{n}{3}\right) + n^3$$

Aufgabe 1) Lösung

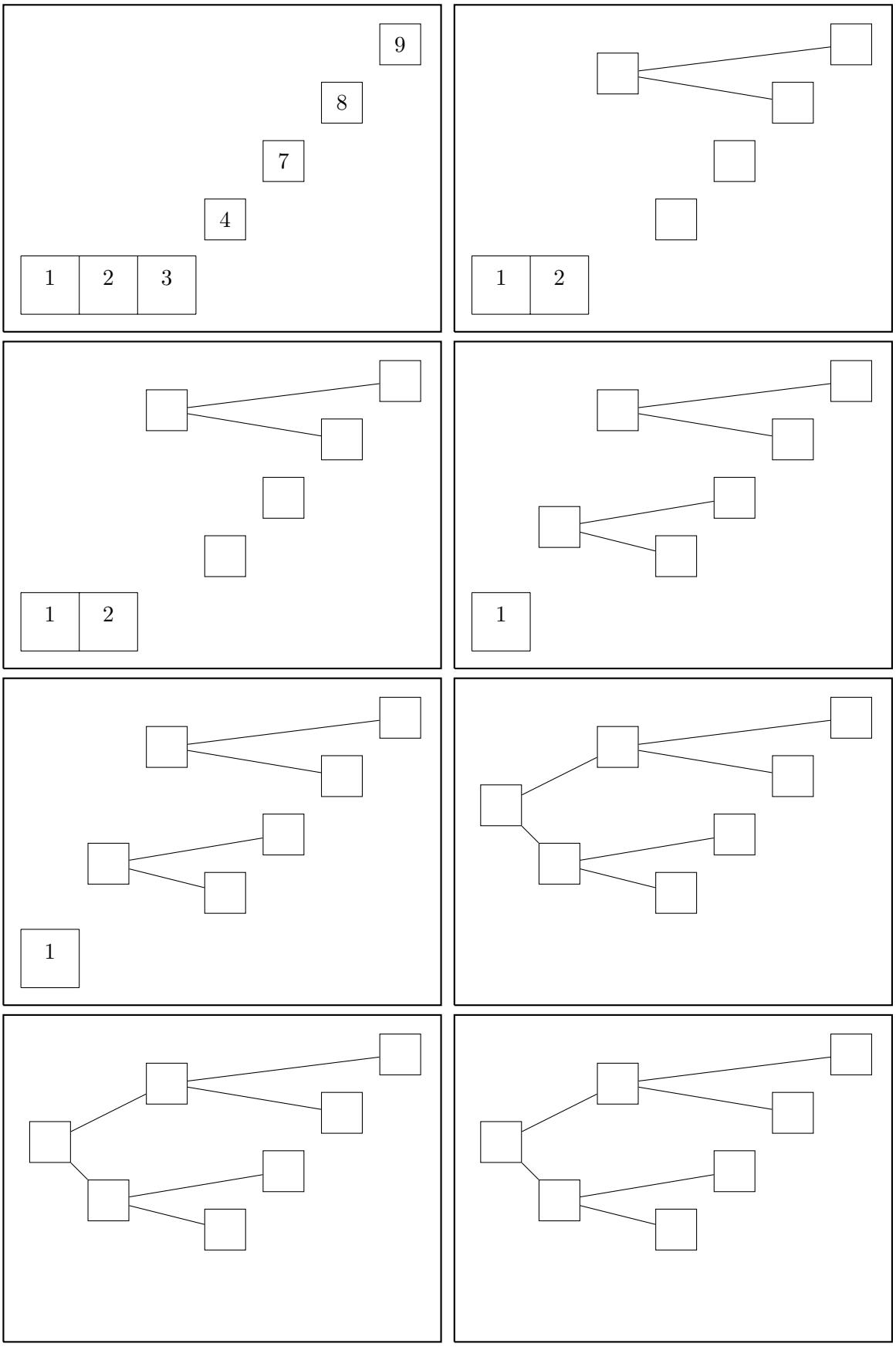
Aufgabe 2) Heap-Sort (15 Punkte)

1. Entscheiden Sie die Gültigkeit nachfolgender Aussagen:

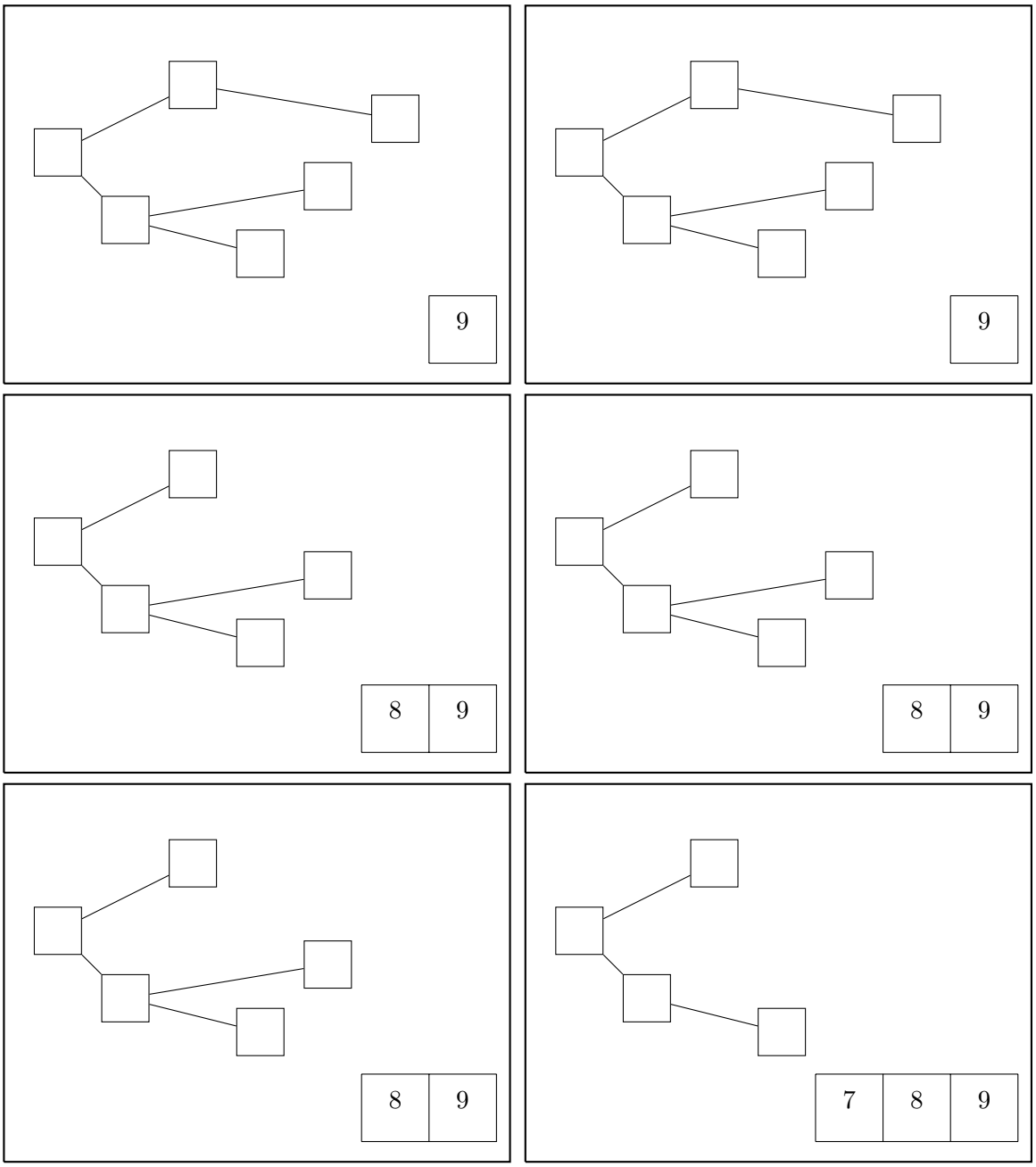
Aussage	wahr	falsch
Heap-Sort ist stabil.	☐	☐
Heap-Sort läuft insitu.	☐	☐
Heap-Sort operiert sequentiell.	☐	☐
Heap-Sort operiert in Zeit $\Theta(n^2)$ auf entarteten Eingaben worst-case.	☐	☐
Ein Array $a[0] \dots a[n-1]$ ist ein Heap genau dann wenn gilt: $\forall 0 \leqslant i < n : a[i] \geqslant a[2i+1] \wedge a[2i+2] \geqslant a[i]$ (falls $2i+1$ und $2i+2$ größer als n wird nichts verlangt).	☐	☐
Die Höhe eines Heaps mit n Elementen ist begrenzt durch $\lceil \log n \rceil$.	☐	☐

2. In dieser Aufgabe sollen Sie das Array $\{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9\}$ mittels Heap-Sort sortiert werden. Vervollständigen Sie dazu die auf der nächsten Seite dargestellte Abbildung. Jedes Bild entspricht genau einer swap-Operation. Die Sortierung muss nicht vollständig durchgeführt werden, sind drei Elemente sortiert kann abgebrochen werden (siehe Abbildung).

(a) Herstellen des Heaps



(b) Sortierung



Aufgabe 3) Suchbäume (15 Punkte) Gegeben: ein binärer Suchbaum bestehend aus Knoten der Form:

Knoten eines binären Suchbaumes

```
class Node {
    int value;
    Node left;
    Node right;
}
```

Sollten keine linken/rechten Teilbäume vorhanden sein, sinde die jeweiligen Felder mit `null` belegt. Implementieren Sie folgende Operationen in Java-ähnlicher Syntax:

1. Finden des kleinsten Elements in einem Baum mit der Wurzel `root`. Dabei darf angenommen werden, dass `root != null`.

```
int smallest(Node root) {
    // TODO: implement
}
```

2. Zählen der Elemente in einem Baum mit der Wurzel `root`

```
int countElements(Node root) {
    // TODO: implement
}
```

3. Ausgabe der Element in preorder beginnend mit der Wurzel `root`

```
void printInPreorder(Node root) {
    // TODO: implement
}
```

4. Welche best-case / worst-case Laufzeitkomplexität haben Ihre Lösungen der Teilaufgaben 1 und 2 in einem Baum mit n Knoten? Begründen Sie ihre Antwort!

Aufgabe 3) Lösung