11) *Lösung.* Die folgenden Matrixen bezeichen die Zwischenmatrizen N für $r = 0, 1, 2, 3$, die in der Ausführung des Algorithmus von Floyd erzielt werden. Die durchgestrichenen Zeilen und Spalten bezeichnen jeweils die für die Berechnung der jeweils nächsten Matrix zu betrachtenden Elemente B_{ir}, B_{rj}.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & \infty & 3 \\ \infty & 1 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \\ \infty & 1 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

12) *Lösung.* Kruskal liefert:

k_i	$b(k_i)$	P
		$\{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{g\}\}$
$\{a,b\}$	1	$\{\{a,b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{g\}\}$
$\{b,f\}$	1	$\{\{a,b,f\},\{c\},\{d\},\{e\},\{g\}\}$
$\{c,g\}$	1	$\{\{a,b,f\},\{c,g\},\{d\},\{e\}\}$
$\{a,e\}$	2	$\{\{a,b,e,f\},\{c,g\},\{d\}\}$
$\{c,d\}$	2	$\{\{a,b,e,f\},\{c,d,g\}\}$
$\{e,f\}$	2	
$\{b,e\}$	3	
$\{d,g\}$	3	

Somit ist $W = \{\{a,b\},\{b,f\},\{c,g\},\{a,e\},\{c,d\}\}$ ein spannender Wald mit minimaler Bewertung und kein Baum. □

13) *Lösung.* Der erweiterte euklidische Algorithmus mit $a = 233$ und $b = 144$ liefert:

q	A	B
	$(233, 1, 0)$	$(144, 0, 1)$
1	$(144, 0, 1)$	$(89, 1, -1)$
1	$(89, 1, -1)$	$(55, -1, 2)$
1	$(55, -1, 2)$	$(34, 2, -3)$
1	$(34, 2, -3)$	$(21, -3, 5)$
1	$(21, -3, 5)$	$(13, 5, -8)$
1	$(13, 5, -8)$	$(8, -8, 13)$
1	$(8, -8, 13)$	$(5, 13, -21)$
1	$(5, 13, -21)$	$(3, -21, 34)$
1	$(3, -21, 34)$	$(2, 34, -55)$
1	$(2, 34, -55)$	$(1, -55, 89)$

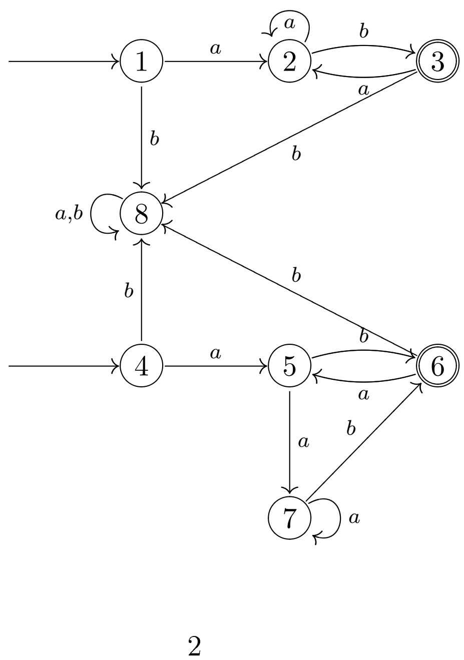
□

14) *Lösung.* Teilmengenkonstruktion von N liefert den folgenden deterministischen endlichen Automaten:

	a	b
$\to *\{1, 2\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\varnothing$
$*\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{2, 3\}$
$*\{2, 3\}$	$\{1, 2\}$	$\{2, 3\}$
$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$

□

15) *Lösung.* Beachten Sie dass beide Automaten deterministisch sind in dem Sinn, dass zu jeden Zustand und jeder Eingabe maximal ein Übergang zulässig ist. Wir vereinen die beiden Automaten und fügen einen gemeinsamen Fangzustand ein.



Für diesen Automaten zeigen wir jetzt mit dem Table-Filling Algorithmus dass die Startzustände äquivalent sind, darauf folgt die Äquivalenz der Automaten.

1							
✓	2						
✓	✓	3					
	✓	✓	4				
✓		✓	✓	5			
✓	✓		✓	✓	6		
✓		✓	✓		✓	7	
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	8

$\square$

16) *Lösung.* Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Wir betrachten das Wort $w = \mathsf{a}^n\mathsf{b}\mathsf{a}^{n+1} \in L$. Dann hat jede Zerlegung $w = xyz$ mit $\ell(xy) \leqslant n$, $y \neq \epsilon$ die Gestalt $x = \mathsf{a}^i$, $y = \mathsf{a}^j$ und $z = \mathsf{a}^{n-i-j}\mathsf{b}\mathsf{a}^{n+1}$ wobei $n - i - j \geqslant 0$ und $j \neq 0$. Dann gilt, fuer $k = 2$:

$$xy^kz = \mathsf{a}^i(\mathsf{a}^j)^2\mathsf{a}^{n-i-j}\mathsf{b}\mathsf{a}^n = \mathsf{a}^{n+j}\mathsf{b}\mathsf{a}^{n+1} \notin L\ ,$$

da $j > 0$. Somit ist L nicht regulär. $\square$