

11) *Lösung.* Wir nummerieren die Ecken alphabetisch. Floyd läuft wie folgt:

$$\begin{pmatrix}
 \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{5} & \cancel{4} \\
 \infty & 0 & 3 & 1 \\
 \infty & \infty & 0 & \infty \\
 \infty & \infty & 1 & 0
 \end{pmatrix}
 \Rightarrow
 \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 5 & 4 \\
 \infty & \cancel{0} & \cancel{3} & \cancel{1} \\
 \infty & \infty & 0 & \infty \\
 \infty & \infty & 1 & 0
 \end{pmatrix}
 \Rightarrow
 \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 4 & 2 \\
 \infty & 0 & 3 & 1 \\
 \infty & \infty & \cancel{0} & \infty \\
 \infty & \infty & 1 & 0
 \end{pmatrix}
 \Rightarrow
 \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 4 & 2 \\
 \infty & 0 & 3 & 1 \\
 \infty & \infty & 0 & \infty \\
 \infty & \infty & 1 & 0
 \end{pmatrix}
 \Rightarrow
 \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 3 & 2 \\
 \infty & 0 & 2 & 1 \\
 \infty & \infty & 0 & \infty \\
 \infty & \infty & 1 & 0
 \end{pmatrix}$$

□

12) *Lösung.* Kruskal liefert:

$k_i$	$b(k_i)$	$P$
		$\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}, \{g\}, \{h\}\}$
$\{g, h\}$	1	$\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}, \{g, h\}\}$
$\{b, f\}$	2	$\{\{a\}, \{b, f\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{g, h\}\}$
$\{b, g\}$	3	$\{\{a\}, \{b, f, g, h\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}\}$
$\{f, g\}$	4	
$\{a, c\}$	5	$\{\{a, c\}, \{b, f, g, h\}, \{d\}, \{e\}\}$
$\{a, d\}$	6	$\{\{a, c, d\}, \{b, f, g, h\}, \{e\}\}$
$\{c, e\}$	7	$\{\{a, c, d, e\}, \{b, f, g, h\}\}$
$\{c, d\}$	8	
$\{a, e\}$	9	

Somit ist  $W = \{\{g, h\}, \{b, f\}, \{b, g\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{c, e\}\}$  der einzige spannende Wald mit minimaler Bewertung. □

13) *Lösung.* Der erweiterte euklidische Algorithmus mit  $a = 117$  und  $b = 91$  liefert:

$q$	$A$	$B$
	$(117, 1, 0)$	$(91, 0, 1)$
1	$(91, 0, 1)$	$(26, 1, -1)$
3	$(26, 1, -1)$	$(13, -3, 4)$

Somit sind  $d = 13$ ,  $u = 4$  und  $v = -3$ . Das kleinste gemeinsame Vielfache von 91 und 117 ist

$$117 \cdot \frac{91}{13} = 117 \cdot 7 = 819 .$$

□

14) *Lösung.* Die Teilmengenkonstruktion liefert folgenden Automaten:

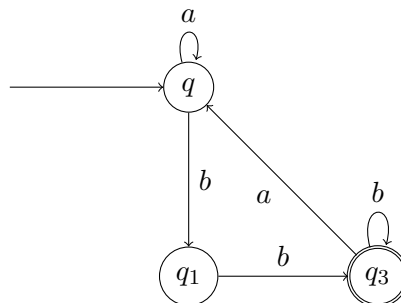
	$a$	$b$	$c$
$\rightarrow \{1\}$	$\{1, 2\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{1, 3\}$	$\{1\}$
$\{1, 3\}$	$\{1, 2\}$	$\{1\}$	$\{1, 4\}$
$*\{1, 4\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 4\}$	$\{1, 4\}$
$*\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 3, 4\}$	$\{1, 4\}$
$*\{1, 3, 4\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 4\}$	$\{1, 4\}$

□

15) *Lösung.* Die Anwendung des Table-filling-Algorithmus auf  $A$  liefert:

$q_0$			
✓	$q_1$		
	✓	$q_2$	
✓	✓	✓	$q_3$

Die Zustände  $q_0$  und  $q_2$  können also zu einem Zustand zusammengefasst werden, den wir  $q$  nennen. Das Ergebnis ist dann der folgende DEA:



□

16) *Lösung.* Sei  $n \in \mathbb{N}$  beliebig. Wir betrachten das Wort  $w = 1^n 0 1^n \in L$ . Dann hat jede Zerlegung  $w = xyz$  mit  $\ell(xy) \leq n$ ,  $y \neq \epsilon$  die Gestalt  $x = 1^i$ ,  $y = 1^j$  und  $z = 1^{n-i-j} 0 1^n$  wobei  $n - i - j \geq 0$  und  $j \neq 0$ . Dann gilt, fuer  $k = 2$ :

$$xy^kz = 1^i (1^j)^2 1^{n-i-j} 0 1^n = 1^{n+j} 0 1^n \notin L ,$$

da  $j > 0$ . Somit ist  $L$  nicht regulär.

□