

1. Für welche der folgenden Relationen auf der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ist der Graph von R azyklisch ?

A. $\{(4, 3), (5, 1), (2, 5), (3, 2), (5, 4), (3, 1), (2, 6), (3, 5)\}$

B. $\{(4, 3), (5, 1), (2, 5), (3, 2), (4, 1), (3, 1), (6, 1), (5, 3)\}$

C. $\{(4, 3), (5, 1), (2, 5), (3, 2), (4, 1), (3, 1), (5, 6), (6, 4)\}$

D. für keine der angeführten Relationen

E. $\{(4, 3), (5, 1), (2, 5), (3, 2), (4, 1), (3, 1), (3, 5), (2, 1)\}$

F. $\{(4, 3), (5, 1), (6, 1), (2, 5), (3, 2), (6, 2), (1, 4), (3, 5)\}$

2. Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist richtig?

- A. Ein logarithmischer Umwandler ist eine deterministische TM mit drei Bändern, sodass auf dem Arbeitsband maximal $O(n)$ viel Platz verbraucht werden darf, wobei n die Länge der Eingabe misst.
 - B. Nach heutigem Wissen ist die Komplexitätsklasse NP unter Komplement abgeschlossen.
 - C. Das Problem MAZE ist in polynomieller Zeit auf einer deterministischen Turingmaschine lösbar.
 - D. Keine der angeführten Aussagen.
 - E. Es gibt eine effiziente, das heißt in polynomieller Zeit ausführbare Methode, die jeden NEA in einen DEA überführt.
 - F. Das TSP Problem ist hart für die Zeitkomplexitätsklasse NP, das heißt, dass keine Turingmaschine das Problem lösen kann.
-

3. Welche der folgenden Mengen ist nicht abzählbar ?

- A. $\{0, 1\}^*$
 - B. \mathbb{Q}
 - C. $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$
 - D. keine der angeführten Mengen
 - E. \mathbb{N}^n
 - F. \mathbb{Z}
-

4. Sei M eine Menge mit einer wohlfundierten partiellen Ordnung \leq . Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

- A. Jedes Element von M hat nur endlich viele Vorgänger.
 - B. keine der angeführten Aussagen
 - C. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.
 - D. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.
 - E. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein kleinstes Element.
 - F. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein minimales Element.
 - G. Jedes Element von M hat nur endlich viele Nachfolger.
-

5. Welche der folgenden Berechnungsmodelle sind nicht äquivalent zu Turingmaschinen?

- A. Turingmaschinen mit polynomiell beschränkten Bändern.
 - B. Keines der angegebenen Berechnungsmodellen.
 - C. Registermaschinen mit beliebig vielen Registern.
 - D. Nichtdeterministische Turingmaschinen mit beliebig vielen Bändern.
 - E. Turingmaschinen mit einem beidseitig unbeschränkten Band.
-

6. Welche der folgenden Aussagen ist richtig ?

A. $\log n \in o(n)$

B. keine der angeführten Aussagen

C. $n \in O(\log n)$

D. $n! \in \Theta(2^n)$

E. $n \log n \in \Omega(n^2)$

7. Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{a, b, c\}$) kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden?

- A. $\{a^n b^m c^k \mid \text{wobei } n, m \geq 0, k \geq 1\}$.
 - B. $\{a^n b^m \mid \text{wobei } n \neq m\}$.
 - C. $\{a^n b^n \mid \text{wobei } n \geq 7\}$.
 - D. $\{a^n bbb c^{n+1} \mid n \text{ keine Primzahl}\}$.
 - E. $\{c^n a^m \mid m = n + 3\}$.
 - F. $\{b^n c^m a^n \mid \text{wobei } n \geq 1, m \geq 0\}$.
-

8. Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

- A. Jeder reguläre Ausdruck kann in einen DEA, nicht jedoch in einen ϵ -NEA umgewandelt werden.
 - B. Die regulären Sprachen sind unter Komplement und Schnitt, nicht aber unter Mengendifferenz abgeschlossen.
 - C. Es gibt einen deterministischen Automaten A , sodass $L(A)$ nicht durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden kann.
 - D. Keine der Aussagen.
 - E. Die regulären Sprachen sind (unter anderem) unter Komplement, Vereinigung, Schnitt und Mengendifferenz abgeschlossen.
 - F. Die regulären Sprachen sind genau unter Komplement, Vereinigung, Schnitt und Mengendifferenz abgeschlossen.
-

9. Welche der folgenden Aussagen über reguläre Ausdrücke gilt im Allgemeinen nicht? (Hierbei bezeichnen D, E, F reguläre Ausdrücke und wir schreiben abkürzend $E \equiv F$, wenn $L(E) = L(F)$.)

A. $(E + \epsilon)F^* \equiv EF^* + F^*$.

B. $(D(E + F)) \equiv (DF + DE)$.

C. $(D^*)^* \equiv D^*$.

D. $(E^*F^*)^* \equiv (E + F)^*$.

E. $D(D^*) \equiv D^+$.

F. $(E + F)^*F \equiv (E^*F)^*$.

10. Wieviele Funktionen $f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}^2$ gibt es ?

- A. 16
 - B. 64
 - C. 24
 - D. 256
 - E. keine der angeführten Zahlen
-

11. Sei G der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a, 4, b), (a, 3, c), (a, 1, d), (b, 1, a), (b, 3, d), (c, 1, b), (d, 1, c)\} \quad ,$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

12. Sei G der bewertete Graph mit den Ecken a, b, c, d, e, f, g und den Kanten

$$\{a, b\}, \{a, e\}, \{b, e\}, \{b, f\}, \{c, d\}, \{c, g\}, \{d, g\}, \{e, f\} \quad .$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$1, 2, 3, 1, 2, 1, 3, 2 \quad .$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

13. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 233 und 144, weiters ganze Zahlen u und v mit

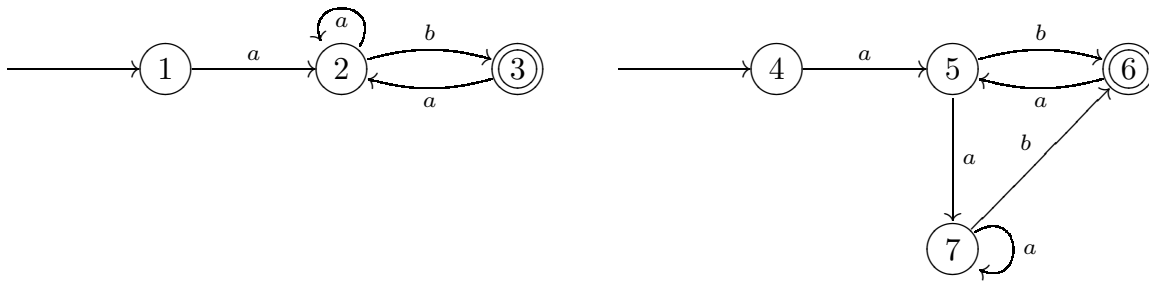
$$233 \cdot u + 144 \cdot v = d \quad ,$$

sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 233 und 144.

14. Betrachten Sie den folgenden ϵ -NEA N und wandeln Sie diesen in einen äquivalenten DEA um. Verwenden Sie dazu die Teilmengenkonstruktion.

	ϵ	a	b
$\rightarrow 1$	$\{2\}$	$\{3\}$	\emptyset
$*2$	\emptyset	$\{1\}$	\emptyset
3	\emptyset	$\{2\}$	$\{2, 3\}$

15. Betrachten Sie die folgenden beiden Automaten A und B :



Entscheiden Sie, ob diese beiden Automaten äquivalent sind. Verwenden Sie dazu den Table-Filling Algorithmus indem Sie A und B als einzigen Automaten mit zwei Startzuständen betrachten. Beachten Sie, dass die beiden Automaten nur im erweiterten Sinn deterministisch sind.

16. Beweisen Sie mit Hilfe der Kontraposition des Pumping Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{a^i b a^j \mid \text{wobei } 0 \leq i, 0 \leq j, i < j\} \quad ,$$

nicht regulär ist.

ANSWERKEY FOR "version3"

Version 1: E C C F A A A E F D