**1.** Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist falsch?

---

**A.** Keine der angeführten Aussagen.

**B.** Das Problem MAZE is vollständig für die Klasse LOGSPACE.

**C.** Jedes Problem in P kann durch einen Polynomzeit Verifikator gelöst werden.

**D.** Der Begriff der Vollständigkeit einer Klasse ist parametrisch in der angewandten Definition von Reduktion.

**E.** Es ist nicht bekannt, ob die Komplexitätsklasse NP unter Komplement abgeschlossen ist.

**F.** Es gibt einen Algorithmus der das TSP Problem in Platz $O(n^2)$ entscheidet.

**G.** Die Klasse NP ist genau die Klasse der Probleme, die nicht in polynomieller Zeit auf einer Turingmaschine gelöst werden können.

---

**2.** Welche der folgenden Aussagen zur Entscheidbarkeit beziehungsweise Unentscheidbarkeit ist richtig?

---

**A.** Keine der Aussagen.

**B.** Eine Menge oder ihr Komplement sind rekursiv aufzählbar.

**C.** Das Zugehörigkeitsproblem ($MP$) einer Turingmaschine ist entscheidbar.

**D.** Wenn $A$ rekursiv ist, dann ist $\sim A$ nicht rekursiv aufzählbar.

**E.** Es gibt eine rekursiv aufzählbare Menge, die nicht rekursiv ist.

---

**3.** Welche der folgenden Aussagen über reguläre Ausdrücke gilt? (Hierbei bezeichnen $D, E, F$ beliebige reguläre Ausdrücke und wir schreiben abkürzend $E \equiv F$, wenn $L(E) = L(F)$.)

---

**A.** $E(DE + E)^*D \equiv DD^*E(DD^*E)^*$.

**B.** $(D + E)^* \equiv (D^*E)^*$.

**C.** $(D + E)^*E \equiv (D^*E)^*$.

**D.** $(DE + D)^*DE \equiv (DD^*E)^*$.

**E.** $(D + E)^* \equiv D^* + E^*$.

**F.** $(DE + D)^*D \equiv D(ED + D)^*$.

---

**4.** Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

---

**A.** Keine der angeführten Aussagen.

**B.** Die entscheidene Eigenschaft eines $\epsilon$-NEA $A$ ist, dass $A$ zählen kann.

**C.** Eine reguläre Sprache kann entweder von einem endlichen Automaten oder von einem regulären Ausdruck beschrieben werden, nicht jedoch von beidem.

**D.** Alle Programmiersprachen sind regulär.

**E.** Zu jeder reguläre Sprache $L$ existiert ein eindeutiger und minimaler deterministischer endlicher Automat $A$, sodass $L$ die Sprache von $A$ ist.

---

**5.** Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{a, b\}$) ist regulär?

---

**A.** Keine der angeführten Sprachen.

**B.** $\{a^i b^j \mid i \geqslant 0, j \geqslant 0, i \neq j\}$.

**C.** $\{w \mid w \in L(a^*)$ und die Länge von $w$ ist eine Primzahl$\}$.

**D.** $\{w \mid w \in L((a^* b^*)^*)$ und $w$ enthält ungleich viele $a$'s wie $b$'s$\}$.

**E.** $\{a^n b^n \mid n \geqslant 1\}$.

**F.** $\{x \mid x$ enthält eine gerade Anzahl von $a$'s und eine ungerade Anzahl von $b$'s$\}$.

---

**6.** Sei $n$ eine positive ganze Zahl und sei $a$ eine ganze Zahl ungleich null. Welches der folgenden Kriterien ist äquivalent zur Invertierbarkeit der Restklasse von $a$ modulo $n$ ?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** $n$ ist eine Primzahl.

**C.** $a$ ist eine Primzahl.

**D.** Das kleinste gemeinsame Vielfache von $a$ und $n$ ist gleich dem Maximum von $a$ und $n$ .

**E.** Der größte gemeinsame Teiler von $a$ und $n$ ist ungleich $1$ .

**F.** Der größte gemeinsame Teiler von $a$ und $n$ ist $1$ .

---

**7.** Seien $f : M \to N$ und $g : N \to M$ injektive Abbildungen. Was besagt der Satz von Bernstein ?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** Die Hintereinanderausführung von $g$ nach $f$ ist injektiv.

**C.** Die Hintereinanderausführung von $f$ nach $g$ ist injektiv.

**D.** Die Hintereinanderausführung von $g$ nach $f$ ist bijektiv.

**E.** Die Hintereinanderausführung von $f$ nach $g$ ist bijektiv.

**F.** Es existiert eine bijektive Abbildung von $M$ nach $N$.

---

**8.** Wieviele Funktionen $f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}^2$ gibt es ?

---

**A.** keine der angeführten Zahlen

**B.** 64

**C.** 16

**D.** 24

**E.** 256

---

**9.** Sei $M$ eine Menge mit einer wohlfundierten partiellen Ordnung $\leq$ . Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** Jedes Element von $M$ hat nur endlich viele Nachfolger.

**C.** Jedes Element von $M$ hat nur endlich viele Vorgänger.

**D.** Jede nichtleere Teilmenge von $M$ besitzt ein größtes Element.

**E.** Jede nichtleere Teilmenge von $M$ besitzt ein kleinstes Element.

**F.** Jede nichtleere Teilmenge von $M$ besitzt ein maximales Element.

**G.** Es gibt keine unendliche absteigende Kette in $M$.

---

**10.** Seien $f$ und $g$ Funktionen von natürlichen Zahlen, die positive reelle Werte annehmen. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in \Theta(g)$ ?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** $f \in \mathrm{O}(g)$ oder $f \in \Omega(g)$

**C.** $f \notin \mathrm{O}(g)$ und $f \notin \Omega(g)$

**D.** $f \notin \mathrm{O}(g)$ und $f \in \Omega(g)$

**E.** $f \in \mathrm{O}(g)$ und $f \notin \Omega(g)$

**F.** $f \in \mathrm{O}(g)$ und $f \in \Omega(g)$

---

**11.** Sei $G$ der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a, 1, b), (a, 4, c), (b, 2, a), (c, 2, b), (d, 4, c), (d, 1, a)\} \quad ,$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

**12.** Sei $G$ der bewertete Graph mit den Ecken $a, b, c, d, e, f, g, h$ und den Kanten

$$\{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, f\}, \{b, g\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{f, g\}, \{g, h\} \quad .$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$5, 4, 1, 8, 7, 2, 3, 6, 9 \quad .$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

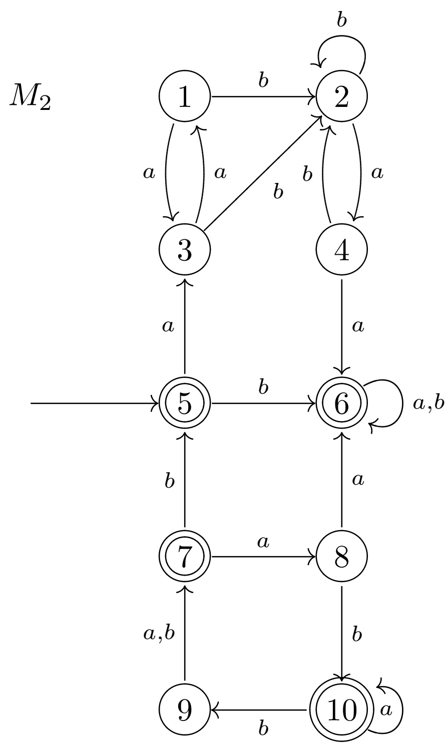
**13.** Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler $d$ von 234 und 144, weiters ganze Zahlen $u$ und $v$ mit

$$234 \cdot u + 144 \cdot v = d \quad ,$$

sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 234 und 144.

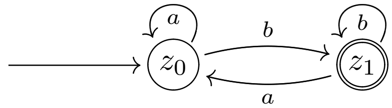
---

**14.** Betrachten Sie den folgenden DEA $A$ und minimieren Sie diesen mit dem Table-filling Algorithmus. (Geben Sie auch den minimierten Automaten vollständig an.)




---

**15.** Betrachten Sie den folgenden DEA $C$:




Wandeln Sie $C$ in einen regulären Ausdruck um, indem Sie die Methode aus der Skriptum verwenden. (Vergessen Sie nicht den regulären Ausdruck auch zusammenzusetzen, dabei können Sie, müssen aber nicht die Zwischenschritte vereinfachen.)

---

**16.** Beweisen Sie mit Hilfe der Kontraposition des Pumping Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{wcw \mid w \in \{a, b\}^*\} \quad ,$$

nicht regulär ist.

---

## ANSWERKEY FOR "version4"

```
Version 1:  G  E  F  E  F  F  F  E  G  F
```