**1.** Welche der folgenden Aussagen zur Entscheidbarkeit beziehungsweise Unentscheidbarkeit ist richtig?

---

**A.** Keine der Aussagen.

**B.** Eine Menge oder ihr Komplement sind rekursiv aufzählbar.

**C.** Das Zugehörigkeitsproblem ($MP$) einer Turingmaschine ist entscheidbar.

**D.** Wenn $A$ rekursiv ist, dann ist $\sim A$ nicht rekursiv aufzählbar.

**E.** Es gibt eine rekursiv aufzählbare Menge, die nicht rekursiv ist.

---

**2.** Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen und regulären Sprachen ist richtig?

---

**A.** Keine der Aussagen.

**B.** Um eine nichtdeterministische Turingmaschine in eine deterministische umzuwandeln, wenden wir die Teilmengenkonstruktion an.

**C.** Bei einer Turingmaschine, die einen DEA simuliert, bewegen sich die Leseköpfe immer in unterschiedliche Richtungen.

**D.** Die Klasse der Sprachen, die von einer 1-Band-Turingmaschine akzeptiert werden, ist echt kleiner als die Klasse der Sprachen, die von einer 3-Band-Turingmaschine akzeptiert werden.

**E.** Jeder $\epsilon$-NEA kann in eine deterministische Turingmaschine umgewandelt werden.

---

**3.** Welches der folgenden Gesetze über reguläre Ausdrücke gilt im Allgemeinen nicht? (Hierbei bezeichnen $D, E, F$ reguläre Ausdrücke und wir schreiben abkürzend $E \equiv F$, wenn $L(E) = L(F)$.)

---

**A.** $E\varnothing \equiv \varnothing$.

**B.** $(\epsilon)^* \equiv \epsilon$.

**C.** $((E+F)D) \equiv (ED+FD)$.

**D.** $(F(DE)) \equiv ((FD)E)$.

**E.** $(E+F) \equiv (F+E)$.

**F.** $(D(E+F)) \equiv (DE+FD)$.

---

**4.** Welche der folgenden Sprachen ist nicht regulär?

---

**A.** $\{a^i b^j \mid i \geqslant 0, j \geqslant 0\}$.

**B.** $\{x \mid x$ ist ein beliebiges Wort über $\{a, b\}$ außer $aa$ und $aaa\}$.

**C.** $\{x \mid x \in \{0,1\}^*$ enthält zumindest drei 1en$\}$.

**D.** $(L(a^*) \cap L(ab^*)) \setminus L(a(b+c)^* d^*)$.

**E.** $\{x\$y \mid x, y \in \{a, b\}^*$ and $\ell(x) < \ell(y) \leqslant 4711\}$.

**F.** $\{x \mid x$ ist ein regulärer Ausdruck über $\{a, b\}\}$.

---

**5.** Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

---

**A.** Keine der Aussagen.

**B.** Eine Sprache heißt regulär wenn sie entweder von einem NEA, einem $\epsilon$-NEA oder einem DEA akzeptiert wird. Die Menge der Sprachen von regulären Ausdrücken ist eine echte Teilmenge der regulären Sprachen.

**C.** Jeder reguläre Ausdruck kann in einen äquivalenten $\epsilon$-NEA umgewandelt werden, nicht aber umgekehrt.

**D.** Es gibt einen deterministischen Automaten $A$, sodass $L(A)$ nur durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden kann.

**E.** Die Klasse der Sprachen, die von einem regulären Ausdruck beschrieben werden, sind eine echte Oberklasse der regulären Sprachen.

**F.** Die Klasse der Sprachen, die von einem deterministischen Automaten akzeptiert werden sind eine Unterklasse der regulären Sprachen.

---

**6.** Wozu dient der chinesische Restsatz ?

---

**A.** zur Lösung keines der angeführten Berechnungsprobleme

**B.** zum Testen auf Primheit

**C.** zum schnellen Potenzieren von Restklassen

**D.** zum Ziehen von Quadratwurzeln aus Restklassen

**E.** zum Invertieren von Restklassen

**F.** zum Lösen eines Kongruenzensystems

---

**7.** Seien $M$ und $N$ Mengen. Welche der folgenden Bedingungen ist notwendig und hinreichend dafür, dass die Kardinalität von $M$ kleiner als die Kardinalität von $N$ ist?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** Entweder ist $M$ endlich und $N$ unendlich, oder $M$ und $N$ sind beide endlich und $M$ hat weniger Elemente als $N$.

**C.** Es existiert eine surjektive Abbildung von $N$ nach $M$.

**D.** Es existiert keine bijektive Abbildung von $M$ nach $N$.

**E.** Es existiert eine injektive aber keine bijektive Abbildung von $M$ nach $N$.

---

**8.** Wieviele Funktionen $f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}^2$ gibt es, die bijektiv sind ?

---

**A.** keine der angeführten Zahlen

**B.** 64

**C.** 16

**D.** 256

**E.** 24

---

**9.** Sei $\mathbb{N}$ mit der natürlichen Ordnung und $\mathbb{N}^2$ mit der komponentenweisen Ordnung versehen. Wieviele unmittelbare Vorgänger hat das Paar $(2,2)$ in $\mathbb{N}^2$ ?

---

**A.** keinen der angeführten Werte

**B.** 0

**C.** 9

**D.** 8

**E.** 1

**F.** 2

---

**10.** Seien $f$ und $g$ Funktionen von natürlichen Zahlen, die positive reelle Werte annehmen. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in \mathrm{o}(g)$ ?

---

**A.** keine der angeführten Aussagen

**B.** $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

**C.** $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

**D.** $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} > 0$

**E.** $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} < \infty$

**F.** $\lim_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

---

**11.** Sei $G$ der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a,1,b),(a,5,c),(a,4,d),(b,3,c),(b,1,d),(d,1,c)\} \quad ,$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

---

**12.** Sei $G$ der bewertete Graph mit den Ecken $a, b, c, d, e, f, g, h$ und den Kanten

$$\{a,c\}, \{a,d\}, \{a,e\}, \{b,f\}, \{b,g\}, \{c,d\}, \{c,e\}, \{f,g\}, \{g,h\} \quad .$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$5, 6, 9, 2, 3, 8, 7, 4, 1 \quad .$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

**13.** Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler $d$ von 91 und 117, weiters ganze Zahlen $u$ und $v$ mit

$$91 \cdot u + 117 \cdot v = d \quad ,$$

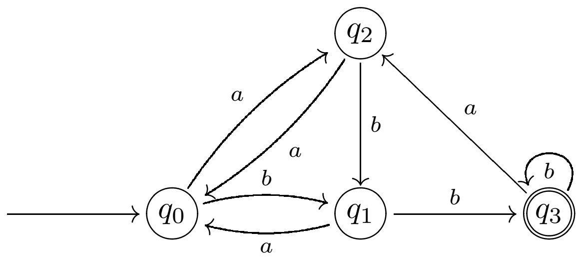
sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 91 und 117.

---

**14.** Betrachten Sie den folgenden NEA $N$ und wandeln Sie diesen in einen äquivalenten DEA um. Verwenden Sie zur Umwandlung die Teilmengenkonstruktion.

| | $a$ | $b$ | $c$ |
|---|---|---|---|
| $\rightarrow 1$ | $\{1, 2\}$ | $\{1\}$ | $\{1\}$ |
| $2$ | $\varnothing$ | $\{3\}$ | $\varnothing$ |
| $3$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\{4\}$ |
| $*4$ | $\{4\}$ | $\{4\}$ | $\{4\}$ |

**15.** Betrachten Sie den folgenden DEA $A$ und minimieren Sie diesen mit dem Table-filling Algorithmus. (Geben Sie auch den minimierten Automaten vollständig an.)




---

**16.** Beweisen Sie mit Hilfe der Kontraposition des des Pumping Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{1^i 0 1^i \mid \text{wobei } i \geqslant 0\} \quad ,$$

nicht regulär ist.

**ANSWERKEY FOR "versionG"**

```
Version 1:  E  E  F  F  F  F  E  E  F  F
```