1. Welche der folgenden Aussagen zur Entscheidbarkeit beziehungsweise Unentscheidbarkeit ist falsch?

A. Wenn A und $\sim A$ rekursiv aufzählbar sind, dann ist $\sim A$ rekursiv.

B. Es existiert keine rekursive Menge, deren Komplement nicht rekursiv ist.

C. Das Zugehörigkeitsproblem (MP) einer Turingmaschine ist unentscheidbar.

D. Das Halteproblem für ϵ-NEA ist entscheidbar.

E. Jede rekursiv aufzählbare Menge ist nicht rekursiv.

---

2. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen und regulären Sprachen ist richtig?

A. Die Teilmengenkonstruktion wandelt eine nichtdeterministische Turingmaschine in eine deterministische um.

B. Bei einer 3-Band Turingmaschine, die einen DEA simuliert, bewegen sich die Leseköpfe immer in unterschiedliche Richtungen.

C. Die Klasse der Sprachen, die von einer Mehrband-Turingmaschine akzeptiert werden, ist echt größer als die Klasse der Sprachen, die von einer 1-Band-Turingmaschine akzeptiert werden.

D. Jede Turingmaschine kann in einen äquivalenten ϵ-NEA umgewandelt werden.

E. Keine der Aussagen.

---

3. Welches der folgenden Gesetze über reguläre Ausdrücke gilt im Allgemeinen nicht? (Hierbei bezeichnen D, E, F reguläre Ausdrücke und wir schreiben abkürzend $E \equiv F$, wenn $L(E) = L(F)$.)

A. $(D + E)^* \equiv (D^* E^*)^*$.

B. $(\varnothing)^* \equiv \epsilon$.

C. $((E + F)D) \equiv (ED + FD)$.

D. $((DE)F) \equiv (D(EF))$.

E. $((D + E) + F) \equiv (D + (E + F))$.

F. $(D + E)^+ \equiv (D^+ E^+)^+$.

---

4. Welche der folgenden Sprachen ist nicht regulär?

A. $\{0^i 1^j \mid i \geqslant 0, j \geqslant 0\}$.

B. $\{x \mid x$ ist ein beliebiges Wort über $\{a, b\}$ außer aa und $aaa\}$.

C. $\{x \mid x \in \{0,1\}^*$ enthält zumindest drei 1en$\}$.

D. $(L(a^* + cb) \cap L(ab^*)) \setminus L(a(b+c)^* d^*)$.

E. $\{x\$y \mid x, y \in \{a, b\}^*$ and $|x| < |y| \leqslant 4711\}$.

F. $\{x \mid x$ ist regulärer Ausdruck über $\{a, b\}\}$.

---

5. Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Reguläre Ausdrücke und DEAs sind äquivalent, aber nichtdeterministische Automaten können nicht durch deterministische simuliert werden.

C. Jeder DEA kann in einen regulären Ausdruck verwandelt werden, nicht aber umgekehrt.

D. Es gibt einen regulären Ausdruck E, sodass $L(E)$ nur von einem deterministischen Automaten akzeptiert wird.

E. Die Klasse der Sprachen, die von einem deterministischen Automaten akzeptiert werden, ist eine echte Teilklasse der regulären Sprachen.

F. Die Klasse der Sprachen, die von einem nichtdeterministischen Automaten akzeptiert werden, ist eine Oberklasse der regulären Sprachen.

---

6. Sei x eine ganze Zahl. Wieviele Multiplikationen braucht man, um die Potenz x^{63} zu berechnen?

A. keine der angeführten Zahlen

B. 6

C. 5

D. 32

E. 12

F. 11

G. 62

H. 10

---

7. Welcher der folgenden Algorithmen ist ein Divide-and-Conquer-Algorithmus ?

A. keiner der angeführten Algorithmen

B. der Algorithmus von Kruskal

C. der Algorithmus von Floyd

D. der Algorithmus von Warshall

E. der erweiterte euklidische Algorithmus

F. der euklidische Algorithmus

G. der Merge-Sort-Algorithmus

8. Für welche der folgenden Relationen auf der Menge $\{1,2,3,4,5,6\}$ ist der Graph von R ein Wurzelbaum ?

A. für keine der angeführten Relationen

B. $\{(4,5),(4,2),(6,3),(6,4)\}$

C. $\{(6,4),(4,5),(4,2),(6,3),(5,2),(3,1)\}$

D. $\{(4,2),(6,3),(4,5),(3,1),(6,4),(5,3)\}$

E. $\{(6,3),(6,4),(4,5),(1,3),(4,2)\}$

F. $\{(4,5),(3,1),(4,2),(6,3),(6,4)\}$

---

9. Welche der folgenden partiell geordneten Mengen ist nicht wohlfundiert?

A. keine der angeführten Mengen

B. die Menge der natürlichen Zahlen mit der Teilbarkeitsordnung

C. die Menge der natürlichen Zahlen mit der natürlichen Ordnung

D. die Menge der Paare natürlicher Zahlen mit der lexikographischen Ordnung

E. die Menge der binären Wörter mit der graduiert-lexikographischen Ordnung

F. die Menge der binären Wörter mit der lexikographischen Ordnung

---

10. Welche der folgenden Funktionen liegt in $\Omega(2^n)$?

A. keine der angeführten Funktionen

B. $\log n$

C. $n \log n$

D. n^2

E. $n!$

---

11. Sei $M := \{a, b, c, d\}$, sei

$$R = \{(a,a), (a,d), (b,b), (b,c), (c,a), (c,d), (d,c)\} \quad ,$$

und sei G der Graph der Relation R. Stellen Sie die Adjazenzmatrix A des Graphen G auf, berechnen Sie mit dem Algorithmus von Warshall die Adjazenzmatrix der transitiven Hülle T von R und geben Sie die Mengendifferenz $M^2 \setminus T$ an.

---

12. Sei G der bewertete Graph mit den Ecken a, b, c, d, e, f, g, h und den Kanten

$$\{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, f\}, \{b, g\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{f, g\}, \{g, h\} \quad .$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$4, 1, 5, 9, 2, 3, 7, 6, 8 \quad .$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

13. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 97 und 117, weiters ganze Zahlen u und v mit

$$97 \cdot u + 117 \cdot v = d \quad ,$$

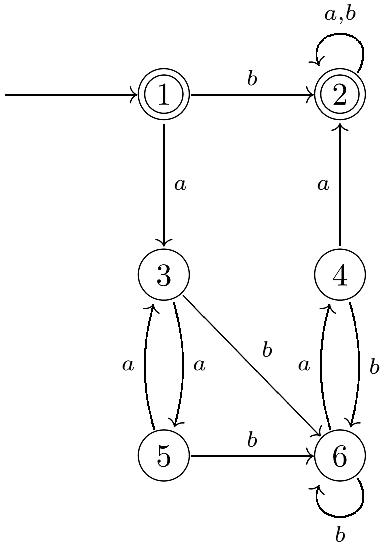
sowie das Inverse von 97 modulo 117, falls es existiert.

---

14. Betrachten Sie den folgenden NEA N und wandeln Sie diesen in einen äquivalenten DEA um. Verwenden Sie zur Umwandlung die Teilmengenkonstruktion.

	a	b	c
$\rightarrow q_0$	$\{q_0\}$	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
q_2	$\varnothing$	$\{q_3\}$	$\varnothing$
$*q_3$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$

15. Betrachten Sie den folgenden DEA A und minimieren Sie diesen mit dem Table-filling Algorithmus. (Geben Sie auch den minimierten Automaten vollständig an.)



16. Beweisen Sie mit Hilfe der Kontraposition des des Pumping Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{a^i b a^i \mid \text{wobei } i \geqslant 0\} \quad ,$$

nicht regulär ist.

ANSWERKEY FOR "versionU"

Version 1: E E F F F H G F F E