

Proseminar Diskrete Mathematik
im Sommersemester 2011
2.Blatt für 18.3.2011

6) Was bedeutet $f \in O(g)$ bzw. $f \in \Omega(g)$?

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Wenn $f_1 \in O(g)$ und $f_2 \in O(g)$ ist, dann ist

$$f_1 + f_2 \in O(g).$$

(b) Wenn $f_1 \in O(g_1)$ und $f_2 \in O(g_2)$ und $f_2(n) > 0$ für hinreichend große n ist, dann ist

$$f_1/f_2 \in O(g_1/g_2).$$

(c) Wenn $f_1 \in O(g_1)$ und $f_2 \in \Omega(g_2)$ ist und $f_2(n) > 0$ für hinreichend große n ist, dann ist

$$f_1/f_2 \in O(g_1/g_2).$$

7) Was bedeutet $f \in o(g)$?

Was besagt die Regel von L'Hospital für den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} ?$$

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) $n \log n \in o(n^2)$

(b) $n^2 \in O(2^n)$

(c) $2^n \in \Omega(n!)$.

8) Was bedeutet $f \in \Theta(\log n)$?

Sei $L(n)$ die Zahl der Binärziffern einer natürlichen Zahl. Zeigen Sie

$$L(n) = \lceil \log_2(n+1) \rceil \quad \text{für } n > 0$$

und bestimmen Sie das asymptotische Wachstum. Dabei bezeichnet $\lceil \cdot \rceil$ die Rundung nach oben (C-Funktion `ceil`). Verifizieren Sie die Formel für $n = 1023$ und $n = 1024$.

9) Was ist eine Äquivalenzrelation, was eine Partition ?

Geben Sie alle Äquivalenzrelationen auf der Menge $M = \{a, b, c, d\}$ an, indem Sie alle Partitionen von M auflisten und erklären, wie man von der Partition zur Äquivalenzrelation kommt. Sortieren Sie Ihre Liste der Partitionen nach absteigender Blockzahl.

10) Was sind *kleinste, größte, minimale, maximale Elemente* ?

Sei

$$M := \{m \in \{2, 3, \dots, 131\} \mid m \text{ teilt } 126\} .$$

Bestimmen Sie alle minimalen und alle maximalen Elemente von M bezüglich

- der natürlichen Ordnung
- der Teilbarkeitsordnung.