50) *Lösung.* Es gilt $\mathrm{L}(D) = \mathrm{L}(R_{12}^{(2)}) = \mathrm{L}(\mathbf{0}^*\mathbf{1}(\mathbf{0}+\mathbf{1})^*)$. Im Folgenden berechnen wir die benötigten regulären Ausdrücke $R_{ij}^{(k)}$, und beschreiben die RA möglichst kurz, das heißt für RA E und F schreiben wir $E \equiv F$, falls $\mathrm{L}(E) = \mathrm{L}(F)$. Es gilt

$$\begin{aligned}
R_{12}^{(2)} &= R_{12}^{(1)} + R_{12}^{(1)}(R_{22}^{(1)})^* R_{22}^{(1)} = \mathbf{0}^*\mathbf{1} + \mathbf{0}^*\mathbf{1}(\epsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1})^*(\epsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1}) \equiv \mathbf{0}^*\mathbf{1}(\mathbf{0}+\mathbf{1})^* \\
R_{12}^{(1)} &= R_{12}^{(0)} + R_{11}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^* R_{12}^{(0)} = \mathbf{1} + (\epsilon + \mathbf{0})(\epsilon + \mathbf{0})^*\mathbf{1} \equiv \mathbf{0}^*\mathbf{1} \\
R_{22}^{(1)} &= R_{22}^{(0)} + R_{21}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^* R_{12}^{(0)} = (\epsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1}) + \varnothing(\epsilon + \mathbf{0})^*\mathbf{1} \equiv \epsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1}
\end{aligned}$$

□

51) *Lösung.* Es gilt $\mathrm{L}(D) = \mathrm{L}(R_{13}^{(3)})$. Im Folgenden berechnen wie dir benötigten regulären Ausdrücke $R_{ij}^{(k)}$.

$$\begin{aligned}
R_{13}^{(3)} &= R_{13}^{(2)} + R_{13}^{(2)} \left(R_{33}^{(2)}\right)^* R_{33}^{(2)} \equiv \mathbf{1}^*\mathbf{0}\,(\mathbf{11}^*\mathbf{0})^*\,\mathbf{0}\,(\mathbf{0} + \mathbf{1}\,(\mathbf{11}^*\mathbf{0})^*\,\mathbf{0})^* \\
R_{13}^{(2)} &= R_{13}^{(1)} + R_{12}^{(1)} \left(R_{22}^{(1)}\right)^* R_{23}^{(1)} = \varnothing + \mathbf{1}^*\mathbf{0}\,(\epsilon + \mathbf{11}^*\mathbf{0})^*\,\mathbf{0} \equiv \mathbf{1}^*\mathbf{0}\,(\mathbf{11}^*\mathbf{0})^*\,\mathbf{0} \\
R_{33}^{(2)} &= R_{33}^{(1)} + R_{32}^{(1)} \left(R_{22}^{(1)}\right)^* R_{23}^{(1)} = (\epsilon + \mathbf{0}) + \mathbf{1}\,(\epsilon + \mathbf{11}^*\mathbf{0})^*\,\mathbf{0} \equiv \epsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1}\,(\mathbf{11}^*\mathbf{0})^*\,\mathbf{0} \\
R_{12}^{(1)} &= \mathbf{0} + (\epsilon + \mathbf{1})\,(\epsilon + \mathbf{1})^*\,\mathbf{0} \equiv \mathbf{1}^*\mathbf{0} \\
R_{13}^{(1)} &= \varnothing + \varnothing \equiv \varnothing \\
R_{22}^{(1)} &= \epsilon + \mathbf{1}\,(\epsilon + \mathbf{1})^*\,\mathbf{0} \equiv \epsilon + \mathbf{11}^*\mathbf{0} \\
R_{23}^{(1)} &= \mathbf{0} + \varnothing \equiv \mathbf{0} \\
R_{32}^{(1)} &= \mathbf{1} + \varnothing \equiv \mathbf{1} \\
R_{33}^{(1)} &= (\epsilon + \mathbf{0}) + \varnothing \equiv \epsilon + \mathbf{0}
\end{aligned}$$

□

52) *Lösung.* Der Automat kann zum Beispiel durch den folgenden regulären Ausdruck dargestellt werden:

$$(\mathbf{ba}^*\mathbf{b})^*\mathbf{ba}^*$$

Es ist leicht einzusehen, dass dieser reguläre Ausdruck äquivalent zur Lösung $\mathbf{b}(\mathbf{a}+\mathbf{bb})^*$ ist, die bei Anwendung der Methode im Skriptum erhalten wird. □