

16) *Lösung.* Die Adjazenzmatrix für den Multigraphen  $(M, R)$  hat die folgende Gestalt:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nun genügt es die Matrix  $A^4$  zu berechnen und den Eintrag  $(4, 1)$  auszulesen. Dieser Wert gibt die Anzahl der Wege der Länge 4 von der Ecke  $d$  zur Ecke  $a$  an. Wie sich leicht nachrechnen lässt gibt es somit 7 Wege der Länge 4, welche wie folgt angegeben werden können.

$$\begin{array}{ll} (d, b, a, b, a) & (d, d, b, b, a) \\ (d, b, b, b, a) & (d, d, b, c, a) \\ (d, b, b, c, a) & (d, d, d, b, a) \\ (d, b, c, c, a) & \end{array}$$

□

17) *Lösung.* Die folgenden Matrixen bezeichnen die Zwischenmatrixen  $N$  für  $r = 0, 1, 2, 3$ , die in der Ausführung des Algorithmus von Warshall erzielt werden. Die durchgestrichenen Zeilen und Spalten bezeichnen jeweils die für die Berechnung der jeweils nächsten Matrix zu betrachtenden Elemente  $A_{ir}, A_{rj}$ .

$$\begin{pmatrix} \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & \cancel{1} & 0 & 0 \\ \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{0} \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cancel{1} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{0} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cancel{0} \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{1} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

□

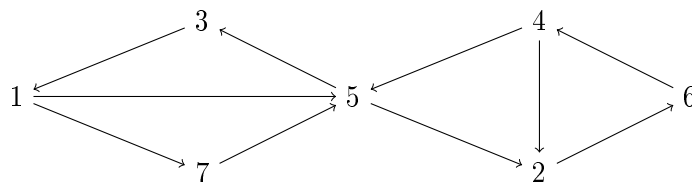
18) *Lösung.* Die folgenden Matrixen bezeichnen die Zwischenmatrixen  $N$  für  $r = 0, 1, 2, 3$ , die in der Ausführung des Algorithmus von Floyd erzielt werden.

$$\begin{pmatrix}
 \cancel{0} & \cancel{5} & \cancel{10} & \cancel{\infty} \\
 10 & 0 & \infty & \infty \\
 \infty & 10 & 0 & \infty \\
 \cancel{5} & \infty & 20 & 0
 \end{pmatrix}
 \Rightarrow
 \begin{pmatrix}
 0 & \cancel{5} & 10 & \infty \\
 \cancel{10} & \cancel{0} & \cancel{20} & \cancel{\infty} \\
 \infty & 10 & 0 & \infty \\
 5 & 10 & 15 & 0
 \end{pmatrix}
 \Rightarrow
 \begin{pmatrix}
 0 & 5 & 10 & \infty \\
 10 & 0 & 20 & \infty \\
 \cancel{20} & \cancel{10} & \cancel{0} & \cancel{\infty} \\
 5 & 10 & 15 & 0
 \end{pmatrix}
 \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix}
 0 & 5 & 10 & \infty \\
 10 & 0 & 20 & \infty \\
 20 & 10 & 0 & \infty \\
 \cancel{5} & \cancel{10} & \cancel{15} & \cancel{0}
 \end{pmatrix}
 \Rightarrow
 \begin{pmatrix}
 0 & 5 & 10 & \infty \\
 10 & 0 & 20 & \infty \\
 20 & 10 & 0 & \infty \\
 5 & 10 & 15 & 0
 \end{pmatrix}$$

□

19) *Lösung.* Der Graph hat die folgende Gestalt:



Die folgende Tabelle gibt die Zwischenschritte in der Nachfolgersuche an. Genauer werden die Werte der Menge  $S$  und der im jeweiligen Schritt markierten Knoten  $m$  angegeben.

$i$	$S$	$m$
0	{5}	5
1	{2, 3}	2, 3
2	{3, 6}	6
3	{1, 6}	1
4	{6, 7}	7
5	{4, 7}	4
6	{7}	—
7	$\emptyset$	—

Die Schleife hat also 7 Iterationen.

□