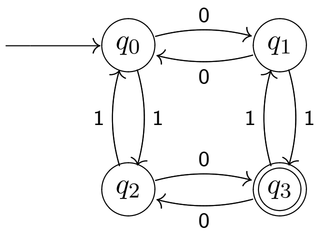
39) *Lösung.* a)



b) Man kann generell folgende Beobachtung machen: Der Automat befindet sich in der ‘linken Hälfte’ des Zustandsgraphen (d.h. im Zustand q_0 oder q_2), wenn bis zum aktuellen Zeitpunkt eine gerade Anzahl von 0en gelesen wurde. Analog dazu befindet sich der Automat in der ‘rechten Hälfte’ (d.h. im Zustand q_1 oder q_3) wenn bis zum aktuellen Zeitpunkt eine ungerade Anzahl von 0en gelesen wurde. Das Gleiche gilt für die ‘obere’ und ‘untere’ Hälfte in Bezug auf die Anzahl der gelesenen 1en. Wenn der Automat ein Eingabewort komplett abgearbeitet hat und dieses Wort akzeptiert, befindet er sich im Zustand q_3, d.h. er akzeptiert alle Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$ die eine ungerade Anzahl von 0en und eine ungerade Anzahl von 1en enthalten.

□

40) *Lösung.* Wir zeigen die Behauptung mit Induktion nach der Länge $\ell(y)$ von y.

a) Basis: Sei $\ell(y) = 0$, d.h. $y = \epsilon$. Wir haben $\hat{\delta}(p, x\epsilon) = \hat{\delta}(p, x) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(p, x), \epsilon)$. Die zweite Gleichheit ergibt sich aus dem ersten Fall der Definition der erweiterten Übergangsfunktion $\hat{\delta}$.

b) Schritt: Die Induktionshypothese besagt, dass die Aussage für alle Zeichenketten w mit $\ell(w) < \ell(y)$ erfüllt ist. Wir unterteilen y in $y = wa$, wobei a das letzte Symbol von y ist.

$$\begin{aligned}
\hat{\delta}(\hat{\delta}(p, x), y) &= \hat{\delta}(\hat{\delta}(p, x), wa) && \text{verwende } y = wa \\
&= \delta(\hat{\delta}(\hat{\delta}(p, x), w), a) && \text{Definition von } \hat{\delta} \\
&= \delta(\hat{\delta}(p, xw), a) && \text{Induktionshypothese} \\
&= \hat{\delta}(p, xwa) && \text{Definition von } \hat{\delta} \\
&= \hat{\delta}(p, xy) && \text{verwende } y = wa
\end{aligned}$$

□

43) *Lösung.* Wir konstruieren mit der Teilmengenkonstruktion einen äquivalenten DEA D. In der Konstruktion betrachten wir nur die erreichbaren Zustände.

Der DEA D ist durch die folgende Übergangstabelle gegeben:

	0	1
$\rightarrow \{p\}$	$\{p\}$	$\{q, r\}$
$\{q, r\}$	$\{r, s\}$	$\{r\}$
$*\{r, s\}$	$\{s\}$	$\{s\}$
$\{r\}$	$\{s\}$	$\varnothing$
$*\{s\}$	$\{s\}$	$\{s\}$
$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$

$\square$