

# “Who is Who” in Algebra

Martin Hartl

10. Juni 2015

## 1 Einleitung

Die Algebra ist ein großes Teilgebiet der Mathematik, welches bereits sehr lange erforscht wird. Da es unmöglich ist, alle wichtigen Personen zu erwähnen, wird sich dieser Artikel auf drei wichtige Namen im Gebiet der Algebra beschränken. Alle in diesem Artikel erwähnten Personen lebten zu unterschiedlichen Zeiten, jedoch trugen alle wesentlich zur Weiterentwicklung der Algebra bei. Die Arbeit beginnt mit einer kurzen Erklärung des Begriffes der Algebra gefolgt von den drei wichtigen Personen in chronologischer Reihenfolge.

## 2 Algebra

Der Name „Algebra“ stammt aus dem Arabischen und bedeutet übersetzt Rechnen mit Gleichungen, wobei eine Gleichung dabei bekannte Größen mit unbekanntem Größen verbindet. Unter dem Rechnen mit Gleichungen versteht man beispielsweise das zusammenfassen von Termen oder umformen beider Seiten einer Gleichung, ohne das Ergebnis zu verändern. [1]

## 3 Euklid

Über das Leben von Euklid ist nur wenig bekannt jedoch soll er in Alexandria Geometrie gelehrt haben. Euklid ist ein Vertreter der klassischen griechischen Mathematik (460 - 300 v. Chr.). Die Besonderheit an der klassischen griechischen Mathematik ist, dass algebraische Aussagen geometrisch bewiesen wurden. Dies zeigt sich schon im Beweis des Distributivgesetzes, welcher geometrisch geführt wurde.

Die Abhandlung „Die Elemente“ von Euklid, welche in 13 Bücher aufgeteilt ist, ist das bedeutendste mathematische Werk aus dieser Zeit. Die Abhandlung fasst einen großen Teil des mathematischen Wissens dieser Zeit zusammen und zeichnet sich besonders dadurch aus, dass die Beweise auf Definitionen, Axiome und Postulaten aufbauen. Bereits zu dieser Zeit schaffte es Euklid das eigentliche Lehrgebäude aufzubauen, welches heute noch in einer etwas moderneren Form relevant ist.

Durch die für seine Zeit strenge Beweisführung gilt Euklid als Begründer der strengen Mathematik. [2] [3]

## 4 Leonardo von Pisa

Leonardo von Pisa, auch Leonardo Fibonacci, war ein italienischer Mathematiker, welcher in der Zeit des Mittelalters lebte. Zu dieser Zeit zeigte das algebraische Wissen der Araber seine Auswirkungen sowohl durch die Übersetzungen als auch durch das Wissen über die mathematischen Verfahren. Seine Werke verbinden die theoretische Mathematik mit der praktisch anwendbaren Mathematik. Das Werk „Liber abbaci“ wurde später häufig als Startpunkt für Arbeiten zur praktischen Mathematik verwendet.

Durch die vielen Handelsniederlassungen von Pisa zu dieser Zeit und der Beschäftigung seines Vaters in einer dieser Handelsniederlassungen in Nordafrika war es für Leonardo möglich, das mathematische Wissen von verschiedenen Regionen zusammenzutragen. Aus diesem Wissen entstand der „Liber abbaci“. Das Material stammt dabei teilweise aus arabischen Werken, aber er benutzte auch das Wissen der Antike und fügte selbst noch Aufgaben und Methoden hinzu. Das Werk behandelt die Arithmetik, aber auch die Algebra der linearen und quadratischen Gleichungen. Leonardo von Pisa lehrte über die Grundrechnungsarten und befasste sich sehr mit dem Thema der Teilbarkeit. Er gab dabei die Teilbarkeitscharakteristik für die Division durch 2, 3, 5 und 9 und sprach die Siebener-, Neuner- und Elferprobe an.

Er zeigte auch großes Interesse an der praktischen Anwendung der Mathematik. Darunter waren auch Aufgaben aus dem kaufmännischen Bereich, die auf die Proportionenlehre aufbauen. Für die Lösung von linearen Gleichungen verwendete Leonardo von Pisa den einfachen und doppelten falschen Ansatz und auch eine wörtliche algebraische Lösung.

Viele der im Werk enthaltenen Aufgaben und Methoden zur Lösung stammen nicht von Leonardo von Pisa selbst, jedoch hat er vorhandene Aufgaben und Lösungen erweitert. Bei den linearen Gleichungen waren für ihn auch negative Lösungen gültig, welche er als „Schuld“ interpretierte.

Für die Berechnung von Wurzeln verwendete er Methoden aus den islamischen Ländern, welche den tatsächlichen Wert durch einen Iterationsalgorithmus annähernten.

Eine der bekanntesten Folgen, die Fibonaccifolge, wurde in der zweiten Auflage des „Liber abbaci“ von Leonardo von Pisa beschrieben. Er versuchte damit das Wachstum einer Kaninchenpopulation zu beschreiben. [2] [4]

## 5 Carl Friedrich Gauß

Carl Friedrich Gauß war ein deutscher Mathematiker welcher von 1777 bis 1855 lebte. Gauß hat sich bereits sehr früh mit imaginären Zahlen beschäftigt. Er setzte sich in seiner Dissertation für die Einführung dieser Zahlen ein. Gauß befasste sich dabei hauptsächlich mit der geometrischen Interpretation der komplexen Zahlen, jedoch dauerte es nach seinen Publikationen noch einige Zeit bis die komplexen Zahlen allgemeine Anerkennung fanden.

Das erste wichtige Einzelergebnis erreichte Gauß 1796 in dem er bewies, dass ein regelmäßiges 17-Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist und lieferte dabei auch allgemeine Lösungen über die Konstruierbarkeit eines  $n$ -Ecks.

Im Jahre 1799 reichte Gauß einen neuen Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra ein. Die Beschreibung des Fundamentalsatzes der Algebra war nur durch die Verwendung der komplexen Zahlen in voller Allgemeinheit aussprechbar. Der Fundamentalsatz der Algebra besagt, dass jede algebraische Gleichung  $n$ -ten Grades in den komplexen Zahlen genau  $n$  nicht notwendig voneinander verschiedene Lösungen hat.

In seiner 1801 veröffentlichten Publikation „Disquisitiones arithmeticae“ lieferte Gauß den Grundstein seiner Werke, welche ihn zum bedeutendsten Mathematiker seiner Zeit machten. In dieser Publikation beschäftigte er sich mit zahlentheoretischen Forschungen, welche er bereits seit seinem Studium durchführte. Unter anderem bewies er darin, dass die Kreisteilungsgleichung  $x^n - 1 = 0$  für alle natürlichen Zahlen  $n$  auflösbar ist. Ein weiterer Teil dieser Publikation beschäftigte sich mit der Charakterisierung der Substitutionen binärer und ternärer quadratischer Formen wofür Gauß Determinanten einsetzte. Weiters führte Gauß den Begriff der Kongruenz ein.

„Wenn die Zahl  $a$  in der Differenz der Zahlen  $b, c$  aufgeht, so werden  $b$  und  $c$  nach  $a$  congruent, im andern Falle incongruent genannt. Die Zahl  $a$  nennen wir den Modul. Jede der beiden Zahlen  $b, c$  heisst im ersteren Falle Rest, im letzteren aber Nichtrest der anderen“ [5, S. 1]

Der Begriff der Kongruenz wurde bereits von anderen Mathematikern eingeführt, jedoch erst Gauß verstand es, diesen Begriff zu nutzen um der Theorie eine elegante Form zu geben. Durch die enthaltenen Ideen und Anregungen hat die Publikation „Disquisitiones arithmeticae“ große Auswirkungen auf die weitere Entwicklung der Mathematik und ist somit ein wichtiges Werk der Algebra.

Gauß veröffentlichte noch viele Publikationen, in denen er unter anderem das gaußsche Eliminationsverfahren einführte.[2][5]

## 6 Schlussfolgerung

In dieser Arbeit wurden drei Mathematiker vorgestellt, welche wesentlich zur Weiterentwicklung der Algebra beigetragen haben. Sollten noch nähere Informationen zu den vorgestellten Mathematikern oder allgemein zur Algebra gewünscht sein, kann in einem der im Literaturverzeichnis stehenden Werke nachgelesen werden.

## Literatur

- [1] Siegfried Bosch *Algebra* 2009
- [2] H.-W. Alten, A. Djafari Naini, B. Eick, M. Folkerts, H. Schlosser, K.-H. Schlote, H. Wesemüller-Kock, H. Wußing *4000 Jahre Algebra* 2014
- [3] Ulf von Rauchhaupt *Farben für Euklid* 2010
- [4] Huberta Lausch *Fibonacci und die Folge(n)* 2010
- [5] Carl Friedrich Gauss *Untersuchungen über höhere Arithmetik* 1889