1. Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist richtig?

A. Keine der angeführten Aussagen.

B. Für eine nichtdeterministiche TM ist der Speicherplatz als die Summe der gelesenen Bandzeichen definiert, die in allen möglichen Berechnungen gelesen wird.

C. Es gibt keinen Algorithmus der das TSP Problem in Zeit $2^{O(n)}$ entscheidet.

D. Die Komplexitätsklasse NP ist nicht unter Vereinigung abgeschlossen.

E. Angenommen wir können einen (deterministischen) Algorithmus angeben, der das Problem TSP in polynomieller Zeit löst, dann haben P $\neq$ NP gezeigt.

F. Ein logarithmischer Umwandler ist eine deterministische TM mit einem Eingangsband, einem Arbeitsband, und einem Ausgabeband, sodass auf dem Arbeitsband maximal $O(\log n)$ viel Platz verbraucht werden darf, wobei n die Länge der Eingabe misst.

---

2. Welche der folgenden Aussagen zur Entscheidbarkeit beziehungsweise Unentscheidbarkeit ist richtig?

A. Keine der Aussagen.

B. Eine Menge oder ihr Komplement sind rekursiv aufzählbar.

C. Das Zugehörigkeitsproblem (MP) einer Turingmaschine ist entscheidbar.

D. Wenn A rekursiv ist, dann ist $\sim A$ nicht rekursiv aufzählbar.

E. Es gibt eine rekursiv aufzählbare Menge, die nicht rekursiv ist.

---

3. Welche der folgenden Aussagen über reguläre Ausdrücke gilt? (Hierbei bezeichnen D, E, F beliebige reguläre Ausdrücke und wir schreiben abkürzend $E \equiv F$, wenn $L(E) = L(F)$.)

A. $(E + \epsilon)F^* \equiv EF^+$.

B. $\epsilon + LL^* \equiv L^*L\epsilon$.

C. $D + (E + F) \equiv (D + E)F$.

D. $E\varnothing \equiv E$.

E. $(E + \varnothing) \equiv (E + \epsilon)$.

F. $(\varnothing)^* \equiv \epsilon$.

---

4. Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{0, 1\}$) kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden?

A. $\{0^n 1^m \mid \text{wobei } n \neq m\}$.

B. $\{1^n 0^m \mid \text{wobei } n < m\}$.

C. $\{0^n 1 0^{n+1} \mid n \text{ eine Primzahl}\}$.

D. $\{0^n 1^n \mid \text{wobei } n \geqslant 0\}$.

E. $\{0^n 1^n \mid \text{wobei } 10 \leqslant n\}$.

F. $\{0^n 0^n \mid \text{wobei } n \geqslant 0\}$.

---

5. Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

A. Keine der angeführten Aussagen.

B. Die entscheidene Eigenschaft eines ϵ-NEA A ist, dass A zählen kann.

C. Eine reguläre Sprache kann entweder von einem endlichen Automaten oder von einem regulären Ausdruck beschrieben werden, nicht jedoch von beidem.

D. Alle Programmiersprachen sind regulär.

E. Zu jeder reguläre Sprache L existiert ein eindeutiger und minimaler deterministischer endlicher Automat A, sodass L die Sprache von A ist.

---

6. Welche der folgenden Restklassen modulo 119 ist nicht invertierbar ?

A. keine der angeführten Restklassen

B. $\overline{118}$

C. $\overline{36}$

D. $\overline{55}$

E. $\overline{37}$

F. $\overline{102}$

---

7. Welche der folgenden Mengen ist nicht abzählbar ?

A. keine der angeführten Mengen

B. $\mathbb{N}^n$

C. $\mathbb{Z}$

D. $\mathbb{Q}$

E. $\{0, 1\}^*$

F. $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$

---

8. Wieviele Möglichkeiten gibt es, die symbolischen Zustände A, B, C, D eines endlichen Automaten durch Bitpaare zu codieren, sodass verschiedene Zustände auch verschiedene Bitpaare bekommen?

A. keine der angeführten Zahlen

B. 64

C. 16

D. 256

E. 128

F. 32

G. 24

---

9. Sei M eine endliche Menge mit einer partiellen Ordnung $\leq$. Welche der folgenden Aussagen ist allgemein richtig ?

A. keine der angeführten Aussagen

B. Für zwei Elemente x und y von M gilt $x \leq y$ oder $y \leq x$.

C. Jede Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.

D. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein größtes Element.

E. Jede Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.

F. Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt ein maximales Element.

---

10. Seien f und g Funktionen von natürlichen Zahlen, die positive reelle Werte annehmen. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in \mathrm{O}(g)$?

A. keine der angeführten Aussagen

B. $\lim_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

C. $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

D. $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

E. $\liminf_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} > 0$

F. $\limsup_{n\to\infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} < \infty$

---

11. Betrachten Sie die folgende induktive Definition der Menge $\mathbb{B}[x]$ der Polynome mit Koeffizienten aus $\{0,1\}$:

Basis: Die Elemente $0,1$ liegen in $\mathbb{B}[x]$.

Schritt: Wenn f,g Elemente von $\mathbb{B}[x]$, dann auch $xf \in \mathbb{B}[x]$ und $f+g \in \mathbb{B}[x]$. Hier wird die Multiplikation mit der Unbekannten x, beziehungsweise die Addition wie üblich definiert.

Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass für alle $f,g \in \mathbb{B}[x]$ gilt dass $f \circ g \in \mathbb{B}[x]$. Die Verkettung zweier Polynome f,g ist die Funktion $f \circ g : x \mapsto f(g(x))$.

(Hinweis: Verwenden Sie Induktion nach dem Aufbau von f.)

---

12. Sei G der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a, 4, b), (a, 3, c), (a, 1, d), (b, 1, a), (b, 3, d), (c, 1, b), (d, 1, c)\} \quad ,$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

---

13. Sei G der bewertete Graph mit den Ecken a, b, c, d, e, f, g, h und den Kanten

$$\{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, f\}, \{b, g\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{f, g\}, \{g, h\} \quad .$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$5, 6, 9, 2, 3, 8, 7, 4, 1 \quad .$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

---

14. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 233 und 144, weiters ganze Zahlen u und v mit

$$233 \cdot u + 144 \cdot v = d \quad ,$$

sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 233 und 144.

15. Betrachten Sie den folgenden NEA N und wandeln Sie diesen in einen äquivalenten DEA um und minimieren Sie diesen. Verwenden Sie zur Umwandlung in einen DEA die Teilmengenkonstruktion. Die Minimierung kann Anhand der Methode im Skriptum geschehen, oder ad-hoc.

	a	b	c
$\rightarrow p_0$	$\{p_0, p_1\}$	$\{p_0\}$	$\{p_0\}$
p_1	$\varnothing$	$\{p_2\}$	$\varnothing$
p_2	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{p_3\}$
$* \, p_3$	$\{p_3\}$	$\{p_3\}$	$\{p_3\}$

16. Beweisen Sie mit Hilfe der Kontraposition des Pumping Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\} \quad ,$$

nicht regulär ist.

ANSWERKEY FOR "version2U"

Version 1: F E F F E F F G F F