11) *Lösung.* Wir nummerieren die Ecken alphabetisch. Floyd läuft wie folgt:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 4 \\ \infty & 0 & 3 & 1 \\ \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 4 \\ \infty & 0 & 3 & 1 \\ \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 2 \\ \infty & 0 & 3 & 1 \\ \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 2 \\ \infty & 0 & 3 & 1 \\ \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 2 \\ \infty & 0 & 2 & 1 \\ \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

12) *Lösung.* Kruskal liefert:

k_i	$b(k_i)$	P
		$\{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{g\},\{h\}\}$
$\{g,h\}$	1	$\{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{g,h\}\}$
$\{b,f\}$	2	$\{\{a\},\{b,f\},\{c\},\{d\},\{e\},\{g,h\}\}$
$\{b,g\}$	3	$\{\{a\},\{b,f,g,h\},\{c\},\{d\},\{e\}\}$
$\{f,g\}$	4	
$\{a,c\}$	5	$\{\{a,c\},\{b,f,g,h\},\{d\},\{e\}\}$
$\{a,d\}$	6	$\{\{a,c,d\},\{b,f,g,h\},\{e\}\}$
$\{c,e\}$	7	$\{\{a,c,d,e\},\{b,f,g,h\}\}$
$\{c,d\}$	8	
$\{a,e\}$	9	

Somit ist $W = \{\{g,h\},\{b,f\},\{b,g\},\{a,c\},\{a,d\},\{c,e\}\}$ der einzige spannende Wald mit minimaler Bewertung. □

13) *Lösung.* Der erweiterte euklidische Algorithmus mit $a = 117$ und $b = 91$ liefert:

q	A	B
	$(117,1,0)$	$(91,0,1)$
1	$(91,0,1)$	$(26,1,-1)$
3	$(26,1,-1)$	$(13,-3,4)$

Somit sind $d = 13$, $u = 4$ und $v = -3$. Das kleinste gemeinsame Vielfache von 91 und 117 ist

$$117 \cdot \frac{91}{13} = 117 \cdot 7 = 819 \ .$$

$\square$

14) *Lösung.* Die Teilmengenkonstruktion liefert folgenden Automaten:

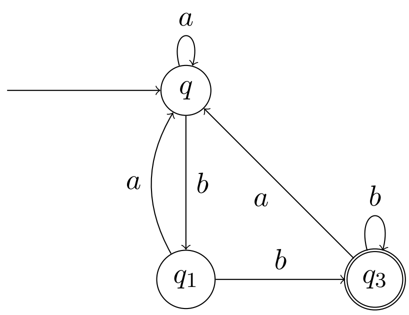
	a	b	c
$\rightarrow \{1\}$	$\{1,2\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{1\}$
$\{1,3\}$	$\{1,2\}$	$\{1\}$	$\{1,4\}$
$*\{1,4\}$	$\{1,2,4\}$	$\{1,4\}$	$\{1,4\}$
$*\{1,2,4\}$	$\{1,2,4\}$	$\{1,3,4\}$	$\{1,4\}$
$*\{1,3,4\}$	$\{1,2,4\}$	$\{1,4\}$	$\{1,4\}$

$\square$

15) *Lösung.* Die Anwendung des Table-filling-Algorithmus auf A liefert:

q_0			
$\checkmark$	q_1		
	$\checkmark$	q_2	
$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	q_3

Die Zustände q_0 und q_2 können also zu einem Zustand zusammengefasst werden, den wir q nennen. Das Ergebnis ist dann der folgende DEA:



$\square$

16) *Lösung.* Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Wir betrachten das Wort $w = \mathtt{1}^n\mathtt{0}\mathtt{1}^n \in L$. Dann hat jede Zerlegung $w = xyz$ mit $\ell(xy) \leqslant n$, $y \neq \epsilon$ die Gestalt $x = \mathtt{1}^i$, $y = \mathtt{1}^j$ und $z = \mathtt{1}^{n-i-j}\mathtt{0}\mathtt{1}^n$ wobei $n - i - j \geqslant 0$ und $j \neq 0$. Dann gilt, fuer $k = 2$:

$$xy^kz = \mathtt{1}^i(\mathtt{1}^j)^2\mathtt{1}^{n-i-j}\mathtt{0}\mathtt{1}^n = \mathtt{1}^{n+j}\mathtt{0}\mathtt{1}^n \notin L \ ,$$

da $j > 0$. Somit ist L nicht regulär. $\square$