

1. Welche der folgenden Aussagen zur Entscheidbarkeit beziehungsweise Unentscheidbarkeit ist richtig?

- A. Eine Menge oder ihr Komplement sind rekursiv aufzählbar.
 - B. Das Zugehörigkeitsproblem (MP) einer Turingmaschine ist entscheidbar.
 - C. Wenn A rekursiv ist, dann ist $\sim A$ nicht rekursiv aufzählbar.
 - D. Es gibt eine rekursiv aufzählbare Menge, die nicht rekursiv ist.
-

2. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen und regulären Sprachen ist richtig?

- A. Turingmaschinen mit einem zweiseitig unendlichen Band ist echt ausdrucksstärker als eine 1-Band Turingmaschinen, mit rechtseitig unendlichem Band.
 - B. Um eine nichtdeterministische Turingmaschine in eine deterministische umzuwandeln, wenden wir die Teilmengenkonstruktion an.
 - C. Bei einer Turingmaschine, die einen DEA simuliert, bewegen sich die Leseköpfe immer in unterschiedliche Richtungen.
 - D. Die Klasse der Sprachen, die von einer 1-Band-Turingmaschine akzeptiert werden, ist echt kleiner als die Klasse der Sprachen, die von einer 3-Band-Turingmaschine akzeptiert werden.
 - E. Jeder ϵ -NEA kann in eine deterministische Turingmaschine umgewandelt werden.
-

3. Welches der folgenden Gesetze über reguläre Ausdrücke gilt im Allgemeinen nicht? (Hierbei bezeichnen D, E, F reguläre Ausdrücke und wir schreiben abkürzend $E \equiv F$, wenn $L(E) = L(F)$.)

A. $E\emptyset \equiv \emptyset$.

B. $(\epsilon)^* \equiv \epsilon$.

C. $((E + F)D) \equiv (ED + FD)$.

D. $(F(DE)) \equiv ((FD)E)$.

E. $(E + F) \equiv (F + E)$.

F. $(D(E + F)) \equiv (DE + FD)$.

4. Welche der folgenden Sprachen (über dem Alphabet $\{a, b\}$) ist regulär?

- A. $\{a^i b^j \mid i \geq 0, j \geq 0, i \neq j\}$.
 - B. $\{w \mid w \in L(a^*) \text{ und die Länge von } w \text{ ist eine Primzahl}\}$.
 - C. $\{w \mid w \in L((a^* b^*)^*) \text{ und } w \text{ enthält ungleich viele } a\text{'s wie } b\text{'s}\}$.
 - D. $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$.
 - E. $\{x \mid x \text{ enthält eine gerade Anzahl von } a\text{'s und eine ungerade Anzahl von } b\text{'s}\}$.
-

5. Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

- A. Eine Sprache heißt regulär wenn sie entweder von einem NEA, einem ϵ -NEA oder einem DEA akzeptiert wird. Die Menge der Sprachen von regulären Ausdrücken ist eine echte Teilmenge der regulären Sprachen.
 - B. Jeder reguläre Ausdruck kann in einen äquivalenten ϵ -NEA umgewandelt werden, nicht aber umgekehrt.
 - C. Es gibt einen deterministischen Automaten A , sodass $L(A)$ nur durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden kann.
 - D. Die Klasse der Sprachen, die von einem regulären Ausdruck beschrieben werden, sind eine echte Oberklasse der regulären Sprachen.
 - E. Die Klasse der Sprachen, die von einem deterministischen Automaten akzeptiert werden sind eine Unterklasse der regulären Sprachen.
-

6. Wozu dient der chinesische Restsatz ?

- A.** zur Lösung keines der angeführten Berechnungsprobleme
 - B.** zum schnellen Potenzieren von Restklassen
 - C.** zum Ziehen von Quadratwurzeln aus Restklassen
 - D.** zum Invertieren von Restklassen
 - E.** zum Lösen eines Kongruenzsystems
-

7. Seien M und N Mengen. Welche der folgenden Bedingungen ist notwendig und hinreichend dafür, dass die Kardinalität von M kleiner als die Kardinalität von N ist?

- A. Entweder ist M endlich und N unendlich, oder M und N sind beide endlich und M hat weniger Elemente als N .
 - B. Es existiert eine surjektive Abbildung von N nach M .
 - C. Es existiert keine bijektive Abbildung von M nach N .
 - D. Es existiert eine injektive aber keine bijektive Abbildung von M nach N .
-

8. Wieviele Funktionen $f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}^2$ gibt es, die bijektiv sind ?

A. 36

B. 64

C. 16

D. 256

E. 24

9. Sei \mathbb{N} mit der natürlichen Ordnung \leq und \mathbb{N}^2 mit der komponentenweisen Ordnung über \leq versehen. Wieviele unmittelbare Vorgänger hat das Paar $(2, 2)$ in \mathbb{N}^2 ?

A. 0

B. 9

C. 8

D. 1

E. 2

10. Seien f und g Funktionen von natürlichen Zahlen, die positive reelle Werte annehmen. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zur Aussage $f \in o(g)$?

A. $\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

B. $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

C. $\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} > 0$

D. $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} < \infty$

E. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|f(n)|}{|g(n)|} = 0$

11. Sei G der bewertete Graph mit der Eckenmenge $\{a, b, c, d\}$ und der Kantenmenge

$$\{(a, 1, b), (a, 5, c), (a, 4, d), (b, 3, c), (b, 1, d), (d, 1, c)\} \quad ,$$

wobei in jedem Tripel die erste Komponente die Anfangsecke, die zweite Komponente die Kantenbewertung und die dritte Komponente die Endecke angibt. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd-Warshall alle Abstände zwischen den Ecken. Geben Sie die Startmatrix sowie in jedem Schritt des Algorithmus die berechnete Matrix an.

12. Sei G der bewertete Graph mit den Ecken a, b, c, d, e, f, g, h und den Kanten

$$\{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, f\}, \{b, g\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{f, g\}, \{g, h\} \quad .$$

Die Bewertung dieser Kanten in obiger Reihenfolge sei

$$5, 6, 9, 2, 3, 8, 7, 4, 1 \quad .$$

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung.

13. Berechnen Sie mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler d von 91 und 117, weiters ganze Zahlen u und v mit

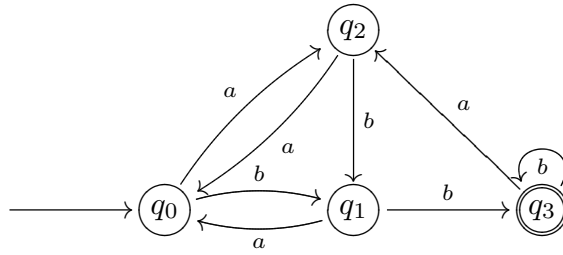
$$91 \cdot u + 117 \cdot v = d \quad ,$$

sowie das kleinste gemeinsame Vielfache von 91 und 117.

14. Betrachten Sie den folgenden NEA N und wandeln Sie diesen in einen äquivalenten DEA um. Verwenden Sie zur Umwandlung die Teilmengenkonstruktion.

	a	b	c
$\rightarrow 1$	$\{1, 2\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
2	\emptyset	$\{3\}$	\emptyset
3	\emptyset	\emptyset	$\{4\}$
*4	$\{4\}$	$\{4\}$	$\{4\}$

15. Betrachten Sie den folgenden DEA A und minimieren Sie diesen mit dem Table-filling Algorithmus. (Geben Sie auch den minimierten Automaten vollständig an.)



16. Beweisen Sie mit Hilfe der Kontraposition des Pumping Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{1^i 0 1^i \mid \text{wobei } i \geq 0\} \text{ ,}$$

nicht regulär ist.

ANSWERKEY FOR “version3”

Version 1: D E F E E E D E E E