

1. Welches der folgenden Gesetze über reguläre Ausdrücke gilt im Allgemeinen nicht? (Hierbei bezeichnen D, E, F reguläre Ausdrücke und wir schreiben abkürzend $E \equiv F$, wenn $L(E) = L(F)$.)

A. $((D + E) + F) \equiv (D + (E + F))$.

B. $(D + E)^+ \equiv (D^+ E^+)^+$.

C. $(\emptyset)^* \equiv \epsilon$.

D. $(D + E)^* \equiv (D^* E^*)^*$.

E. $((E + F)D) \equiv (ED + FD)$.

F. $((DE)F) \equiv (D(EF))$.

2. Welche der folgenden Mengen ist abzählbar ?

- A. die Menge der binären Wörter
 - B. die Menge der reellen Zahlen
 - C. die Menge der binären Folgen
 - D. die Menge der reellen Zahlen im Intervall $[0, 1]$
 - E. die Menge der komplexen Zahlen
-

3. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen und regulären Sprachen ist richtig?

- A. Jeder ϵ -NEA kann in eine 1-Band Turingmaschine M umgewandelt werden, sodass M das Band nur lesen kann.
 - B. Bei einer 3-Band Turingmaschine, die einen DEA simuliert, bewegen sich die Leseköpfe immer in unterschiedliche Richtungen.
 - C. Die Klasse der Sprachen, die von einer Mehrband-Turingmaschine akzeptiert werden, ist echt größer als die Klasse der Sprachen, die von einer 1-Band-Turingmaschine akzeptiert werden.
 - D. Die Teilmengenkonstruktion wandelt eine nichtdeterministische Turingmaschine in eine deterministische um.
 - E. Jede Turingmaschine kann in einen äquivalenten ϵ -NEA umgewandelt werden.
-

4. Für welche der folgenden Relationen auf der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ist der Graph von R azyklisch ?

- A. $\{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)\}$
 - B. $\{(4, 3), (5, 1), (6, 1), (2, 5), (3, 2), (6, 2), (1, 4), (3, 5)\}$
 - C. $\{(4, 3), (5, 1), (2, 5), (3, 2), (5, 4), (3, 1), (2, 6), (3, 5)\}$
 - D. $\{(4, 3), (5, 1), (2, 5), (3, 2), (4, 1), (3, 1), (3, 5), (2, 1)\}$
 - E. $\{(4, 3), (5, 1), (2, 5), (3, 2), (4, 1), (3, 1), (5, 6), (6, 4)\}$
 - F. $\{(4, 3), (5, 1), (2, 5), (3, 2), (4, 1), (3, 1), (6, 1), (5, 3)\}$
-

5. Welche der folgenden Aussagen zum Halteproblem ist falsch?

- A. HP ist eine von mehreren Sprache, die rekursiv aufzählbar, aber nicht rekursiv sind.
 - B. Das Halteproblem ist ein sehr schwieriges, semi-entscheidbares Problem.
 - C. MP, das Zugehörigkeitsproblem, wird von einer universellen Turingmaschine akzeptiert.
 - D. Das Halteproblem ist rekursiv.
 - E. Für jeden nichtdeterministischen Automaten N kann entschieden werden, ob N die Eingabe akzeptiert, oder nicht.
-

6. Welche der folgenden partiell geordneten Mengen ist nicht wohlfundiert?

- A. die Menge der natürlichen Zahlen mit der natürlichen Ordnung
 - B. die Menge der binären Wörter mit der graduiert-lexikographischen Ordnung
 - C. die Menge der binären Wörter mit der lexikographischen Ordnung
 - D. die Menge der natürlichen Zahlen mit der Teilbarkeitsordnung
 - E. die Menge der Paare natürlicher Zahlen mit der lexikographischen Ordnung
-

7. Sei x eine ganze Zahl. Wieviele Multiplikationen braucht man, um die Potenz x^{63} zu berechnen, wenn man die Methode des schnellen Potenzierens verwendet?

- A. 10
 - B. 11
 - C. 62
 - D. 12
 - E. 6
 - F. 32
 - G. 5
-

8. Welche der folgenden Funktionen liegt in $\Omega(2^n)$?

A. $n!$

B. n^2

C. $n \log n$

D. $2^{\log n}$

E. $\log n$

9. Wieviele Funktionen $f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}^2$ gibt es, die surjektiv aber nicht injektiv sind ?

A. 128

B. 256

C. 0

D. 24

E. 232

10. Welche der folgenden Sprachen ist nicht regulär?

- A. $\{x \mid x \text{ ist ein beliebiges Wort über } \{a, b\} \text{ außer } aa \text{ und } aaa\}$.
 - B. $\{x\$y \mid x, y \in \{a, b\}^* \text{ and } \ell(x) < \ell(y) \leq 4711\}$.
 - C. $\{a^i b^j c^i \mid i \geq 0, j \geq 0\}$.
 - D. $(L(a^*) \cap L(ab^*)) \setminus L(a(b+c)^*d^*)$.
 - E. $\{x \mid x \in \{0, 1\}^* \text{ enthält zumindest drei 1en}\}$.
-

11. Betrachten Sie die folgende induktiv definierte Menge S über $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$:

Basis: $(0, 0) \in S$

Schritt:

- Wenn $(x, y) \in S$, dann ist $(x + 1, y) \in S$.
- Wenn $(x, y) \in S$, dann ist $(x + 1, y + 1) \in S$.
- Wenn $(x, y) \in S$, dann ist $(x + 1, y + 2) \in S$.

Zeigen Sie mittels struktureller Induktion: Für alle $(x, y) \in S$ gilt $2x \geq y$.

12. Gegeben ein gerichteter Graph G durch die Relation

$$\{(1, 1), (1, 2), (2, 4), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (4, 3), (5, 3)\}$$

auf $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und Kantenbewertung

$$\begin{aligned} b((1, 1)) &= 2, & b((1, 2)) &= -2, \\ b((2, 4)) &= -1, & b((2, 4)) &= 1, \\ b((3, 1)) &= 1, & b((3, 2)) &= 3, \\ b((3, 4)) &= 4, & b((3, 5)) &= -2, \\ b((4, 3)) &= 5, & b((5, 3)) &= 3. \end{aligned}$$

Ist G ein Wurzelbaum? Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd-Warshall die Eckenabstände im Graphen G .

13. Berechnen Sie mittels des erweiterten euklidischen Algorithmus aus der Vorlesung das kleinste gemeinsame Vielfache v von $a = 36$ und $b = 66$. Geben Sie dabei alle Zwischenschritte (also die Inhalte der Tripel A und B aus dem Algorithmus) an.

14.

a. Was besagt der chinesische Restsatz?

b. Betrachten Sie die Kongruenzsysteme

$$x = 5(\text{mod}7)$$

$$x = 2(\text{mod}8)$$

und

$$y = 3(\text{mod}7)$$

$$y = 4(\text{mod}8)$$

Zeigen Sie dass diese Kongruenzsysteme mit Hilfe des chinesischen Restsatzes gelöst werden können und geben Sie die entsprechenden Rechenschritte welche in Lösungen für x und y resultieren. Zeigen Sie außerdem dass die berechneten Lösungen tatsächlich beide Kongruenzsysteme erfüllen.

c. Begründen Sie warum das folgende Kongruenzsystem keine Lösung haben kann.

$$x = 2(\text{mod}4)$$

$$x = 3(\text{mod}6)$$

Erklären Sie außerdem warum dies keinen Widerspruch zum Chinesischen Restsatz darstellt.

15. Betrachten Sie den ϵ -NEA N mit folgender Zustandstabelle:

	0	1	ϵ
$\rightarrow q_0$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset	$\{q_3\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$	$\{q_1\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$	$\{q_3\}$
$*q_3$	\emptyset	\emptyset	$\{q_1\}$

Konstruieren Sie einen DEA N' , der dieselbe Sprache wie N akzeptiert.

16. Beweisen Sie mit Hilfe der Kontraposition des Pumping Lemmas dass die Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k \mid \text{wobei } i \geq 0, j \geq 0 \text{ und } i + j \geq k\} \quad ,$$

nicht regulär ist.

ANSWERKEY FOR "versionU"

Version 1: B A A D D C A A C C