**1.** Welche der folgenden Aussagen zur Komplexitätstheorie ist falsch?

---

**A.** Die Komplexitätsklasse $P$ ist unter Komplement abgeschlossen.

**B.** Es gilt der folgende Zusammenhang:

$$\text{LOGSPACE} \subseteq \text{NLOGSPACE} \subseteq \text{NP} \subseteq \text{PSPACE}$$

**C.** Wenn eine (deterministische) Turingmaschine $M$ Laufzeit $T(n)$ hat, dann verbraucht $M$ maximal $T(n)$ Platz.

**D.** Es gibt einen Algorithmus der das TSP Problem in Platz $O(n)$ entscheidet.

**E.** Wir kennen eine effiziente, das heißt in polynomieller Zeit ausführbare Methode, die jeden NEA in einen DEA überführt.

---

**2.** Welche der folgenden Aussagen zu regulären Sprachen ist richtig?

---

**A.** Reguläre Ausdrücke und DEAs sind äquivalent, aber nichtdeterministische Automaten können nicht durch deterministische simuliert werden.

**B.** Jeder DEA kann in einen regulären Ausdruck verwandelt werden, nicht aber umgekehrt.

**C.** Es gibt einen regulären Ausdruck $E$, sodass $L(E)$ nur von einem deterministischen Automaten akzeptiert wird.

**D.** Die Klasse der Sprachen, die von einem deterministischen Automaten akzeptiert werden, ist eine echte Teilklasse der regulären Sprachen.

**E.** Die Klasse der Sprachen, die von einem nichtdeterministischen Automaten akzeptiert werden, ist eine Oberklasse der regulären Sprachen.

---

**3.** Welche der folgenden Restklassen modulo 119 ist nicht invertierbar?

---

**A.** $\overline{118}$

**B.** $\overline{36}$

**C.** $\overline{55}$

**D.** $\overline{37}$

**E.** $\overline{102}$

---

**4.** Welcher der folgenden Algorithmen ist ein Divide-and-Conquer-Algorithmus?

---

**A.** der Algorithmus von Kruskal

**B.** der Algorithmus von Floyd-Warshall

**C.** der erweiterte euklidische Algorithmus

**D.** der euklidische Algorithmus

**E.** der Quicksort Algorithmus

---

**5.** Was ist die erzeugende Funktion der Folge $(0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots)$ ?

---

**A.** $\log(1 - x)$

**B.** $\exp(x)$

**C.** $\frac{1}{(1-x)^2}$

**D.** $\frac{1}{1-x}$

**E.** $\frac{x}{(1-x)^2}$

---

**6.** Seien $f : M \to N$ und $g : N \to M$ injektive Abbildungen. Was besagt der Satz von Bernstein?

---

**A.** Die Hintereinanderausführung von $g$ nach $f$ ist injektiv.

**B.** Die Hintereinanderausführung von $f$ nach $g$ ist injektiv.

**C.** Die Hintereinanderausführung von $g$ nach $f$ ist bijektiv.

**D.** Die Hintereinanderausführung von $f$ nach $g$ ist bijektiv.

**E.** Es existiert eine bijektive Abbildung von $M$ nach $N$.

---

**7.** Ein Computer verarbeitet Jobs einen nach dem anderen. Wieviele Möglichkeiten gibt es, die Reihenfolge von sieben Jobs festzulegen?

---

**A.** 1024

**B.** 256

**C.** 128

**D.** 720

**E.** 5040

---

**8.** Sei $G$ der Graph der Relation

$$\{(10,7),(8,6),(8,4),(8,3),(7,2),(7,1),(6,10),(1,9),(1,5)\}.$$

Welche der folgenden Aussagen über $G$ ist richtig?

---

**A.** $G$ ist ein zyklischer Graph.

**B.** $G$ ist kein Wurzelbaum.

**C.** $G$ ist ein Wurzelbaum mit einer Wurzel ungleich 3, 6 und 8.

**D.** $G$ ist ein Wurzelbaum mit der Wurzel 6.

**E.** $G$ ist ein Wurzelbaum mit der Wurzel 3.

**F.** $G$ ist ein Wurzelbaum mit der Wurzel 8.

---

**9.** Welche der folgenden Funktionen liegt in $\Omega(2^n)$ ?

---

**A.** $2^{\log n}$

**B.** $\log n$

**C.** $n \log n$

**D.** $n^2$

**E.** $n!$

---

**10.** Sei $\mathbb{N}^2$ mit der graduiert-lexikographischen Ordnung versehen. Wieviele unmittelbare Vorgänger hat das Paar $(2,2)$ in $\mathbb{N}^2$ ?

---

**A.** 0

**B.** 9

**C.** 8

**D.** 2

**E.** 1

---

**11.** Betrachten Sie die folgende induktive Definition der Menge $\mathbb{B}[x]$ der Polynome mit Koeffizienten aus $\{0, 1\}$:

Basis: Die Elemente $0, 1$ liegen in $\mathbb{B}[x]$.

Schritt: Wenn $f, g$ Elemente von $\mathbb{B}[x]$, dann auch $xf \in \mathbb{B}[x]$ und $f + g \in \mathbb{B}[x]$. Hier wird die Multiplikation mit der Unbekannten $x$, beziehungsweise die Addition wie üblich definiert.

Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass für alle $f, g \in \mathbb{B}[x]$ gilt dass $f \circ g \in \mathbb{B}[x]$. Die Verkettung zweier Polynome $f, g$ ist die Funktion $f \circ g : x \mapsto f(g(x))$.

(Hinweis: Verwenden Sie Induktion nach der Struktur von $f$.)

---

**12.** Gegeben ein gerichteter Graph $G$ durch die Relation

$$\{(a,b),(a,e),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b),(c,d),(d,c),(d,d),(d,e)\}$$

auf $M = \{a,b,c,d,e\}$ und Kantenbewertung

$$\begin{aligned} b((a,b)) &= 2, & b((a,e)) &= 2, \\ b((b,a)) &= -1, & b((b,c)) &= 5, \\ b((c,a)) &= -3, & b((c,b)) &= 1, \\ b((c,d)) &= 6, & b((d,c)) &= 1, \\ b((d,d)) &= 1, & b((d,e)) &= 3. \end{aligned}$$

Ist $G$ ein Wurzelbaum? Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd-Warshall die Eckenabstände im Graphen $G$.

---

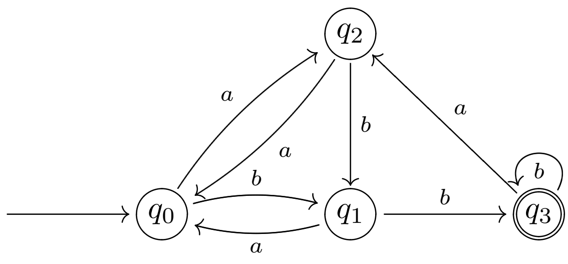
**13.** Berechnen Sie mittels des erweiterten euklidischen Algorithmus aus der Vorlesung den größten gemeinsamen Teiler $t$ von $a = -53$ und $b = -7$, sowie ganze Zahlen $u$ und $v$, sodass $u \cdot a + v \cdot b = t$. Geben Sie dabei alle Zwischenschritte (also die Inhalte der Tripel $A$ und $B$ aus dem Algorithmus) an.

---

**14.** Betrachten Sie den folgenden $\epsilon$-NEA $N$ und wandeln Sie diesen in einen äquivalenten DEA um. Verwenden Sie dazu die Teilmengenkonstruktion, sowie die Elimination von $\epsilon$-Kanten.

| | $\epsilon$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $\rightarrow 1$ | $\{2\}$ | $\{3\}$ | $\varnothing$ |
| $*2$ | $\varnothing$ | $\{1\}$ | $\varnothing$ |
| $3$ | $\varnothing$ | $\{2\}$ | $\{2,3\}$ |

**15.** Betrachten Sie den folgenden DEA $A$ und minimieren Sie diesen mit dem Table-filling Algorithmus. (Geben Sie auch den minimierten Automaten vollständig an.)




---

**16.** Beweisen Sie mit Hilfe der Kontraposition des Pumping Lemmas dass die Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k \mid \text{wobei } i \geqslant 0,\ j \geqslant 0 \text{ und } i + j \leqslant k\} \quad ,$$

nicht regulär ist.

---

**ANSWERKEY FOR "version2"**

`Version 1:  E  E  E  E  E  E  E  F  E  E`