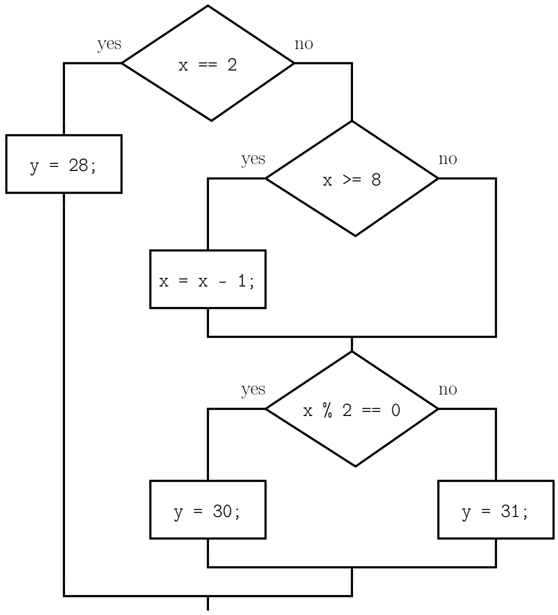
Diskrete Mathematik — LVA 703015

5. PS-Blatt für den 24. April 2017 — Institut für Informatik

1) Betrachten Sie Flussdiagramme für Programme P, die aus Zuweisungen und dem if–then–else Konstrukt bestehen. Zum Beispiel wird der Java Code auf der linken Seite durch das Flussdiagramm rechts repräsentiert.

```
if (x == 2) {
  y = 28;
} else {
  if (x >= 8) {
    x = x - 1;
  } else {
    ;
  }
  if (x % 2 == 0) {
    y = 30;
  } else {
    y = 31;
  }
}
```



a) Was macht dieses Programm, wenn `x` und `y` als Ein- bzw. Ausgabe betrachtet werden?

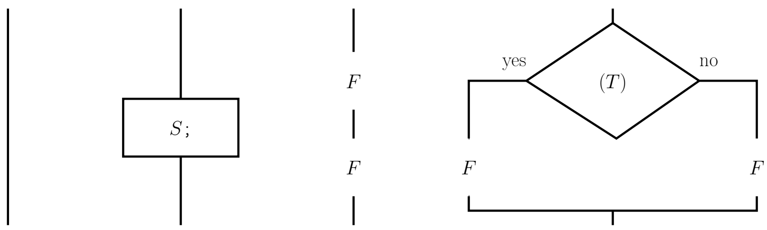
b) Erstellen Sie den Graph der zum obigen Flussdiagramm gehört, den *Flussgraph*. Dabei wird jede Zuweisung als Knoten mit jeweils einer Eingangs- und Ausgangskante dargestellt, jedes if–then–else Konstrukt als Knoten mit jeweils einer Eingangs- und zwei Ausgangskanten oben, und einem Knoten mit zwei Eingangskanten und einer Ausgangskante unten.

Müssen die Knoten benannt werden oder nicht? Was gilt für die Kanten, müssen sie benannt werden?

c) Formal kann man ein *Programm* P induktiv durch die kontextfreie Grammatik:

$$P \longrightarrow \texttt{;} \mid S\texttt{;} \mid P\,P \mid \texttt{if}\,(T)\,\{P\}\,\texttt{else}\,\{P\}$$

definieren (cf. BNF). Hier beschreibt der erste, leere, Fall das leere Programm.
Ein *Flussdiagramm* F kann induktiv durch die folgenden Klauseln definiert werden:



für Tests T und Ausdrücke S. Wir können diese Klauseln *leer*, *Ausdruck*, *sequenzielle* Zusammensetzung, bzw. *Auswahl*zusammensetzung nennen.

- Zeigen Sie, dass sowohl das Programm als auch das Flussdiagramm von oben durch die entsprechende induktive Definition erhalten werden können.
- Erweitern Sie die folgende induktive Definition der Funktion f zur Berechnung der Anzahl an Wegen durch ein Programm P.

$$\begin{aligned} f(\,;) &= 1 \\ f(S\,;) &= 1 \\ f(P_1\,P_2) &= \dots \\ f(\texttt{if}\,(T)\,\{P_1\}\,\texttt{else}\,\{P_2\}) &= \dots \end{aligned}$$

  Überprüfen Sie die Korrektheit Ihrer Formel indem Sie nachrechnen, ob f für das obige Programm in 5 resultiert.

2) Aufgabe 5.3

3) Der gerichtete Graph G sei gegeben durch die Relation

$$\{(1,3),(1,5),(2,3),(3,4),(4,3),(5,6),(7,6),(7,2)\}$$

auf $E = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Berechnen Sie mittels Nachfolgersuche die erreichbaren Ecken ausgehend von der Startmenge $S = \{1\}$.

4) Betrachten Sie die Multigraphen G_1, G_2 und G_3.

G_1 ist gegeben durch die Eckenmenge $E_1 = \{1,2,3,4,5,6\}$, die Kantenmenge $K_1 = \{0,1,2,3,4,5,6\}$, sowie der Abbildung r_1 laut folgender Tabelle:

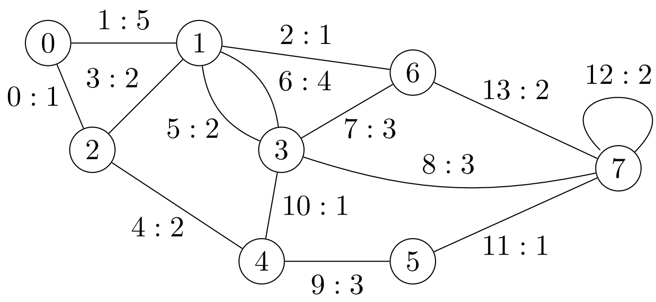
k	$r_1(k)$
0	$\{1\}$
1	$\{1,2\}$
2	$\{2,3\}$
3	$\{1,4\}$
4	$\{1,4\}$
5	$\{3,4\}$
6	$\{4,6\}$
7	$\{1,5\}$

G_2 ist gegeben durch die Eckenmenge $E_2 = \{1\}$ und die Kantenmenge $K_1 = \varnothing$.

G_3 ist gegeben durch die Relation $\{(1,2),(1,3),(1,4),(5,6),(7,6)\}$ auf $M = \{1,2,3,4,5,6,7\}$.

- Visualisieren Sie G_1, G_2, G_3.
- Wie viele Wege gibt es in G_1 von Ecke 1 nach Ecke 3? Welche dieser Wege sind einfach?
- Wie wird ein Zykel definiert? Bestimmen Sie jeweils die Anzahl der einfachen Zykel in G_1, G_2, G_3.
- Welche der Beispielgraphen G_1, G_2, G_3 sind zusammenhängend?
- Wann nennt man einen Graphen einen Wald, wann einen Baum? Welche der Beispielgraphen G_1, G_2, G_3 sind Wälder, welche Bäume?

5) Berechnen Sie mittels des Algorithmus von Kruskall einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung für den folgenden Graphen:


0
1
2
3
4
5
6
7
1 : 5
0 : 1
3 : 2
2 : 1
6 : 4
5 : 2
7 : 3
13 : 2
12 : 2
8 : 3
10 : 1
4 : 2
9 : 3
11 : 1