Diskrete Mathematik — LVA 703015

10. PS-Blatt für den 27. Mai 2019 — Institut für Informatik

1) Lösen Sie folgende Gleichung (in $\mathbb{Z}/7$):

$$\bar{x}^8 + \bar{x}^6 - \bar{x}^2 - 1 \equiv 0 \pmod 7.$$

Hinweis: Verwenden Sie den kleinen Satz von Fermat.

2) Betrachten Sie die folgende Aussage über eine Familie von Zahlen x_i der Größe $n \geq 0$, mit $1 \leq i \leq n$,

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \leq n \cdot \max_{1 \leq i \leq n} x_i \tag{1}$$

wobei wir die Summe und das Maximum einer leeren Familie als 0 festlegen. Folglich gilt für $n \geq 1$, dass $\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \leq \max_{1 \leq i \leq n} x_i$: der Durchschnitt ist kleiner oder gleich dem Maximum. Für die vier Zahlen $5, 3, 8, 8$ gilt beispielsweise, dass $\frac{24}{4} = 6 \leq 8$.

a) Zeigen Sie (1).

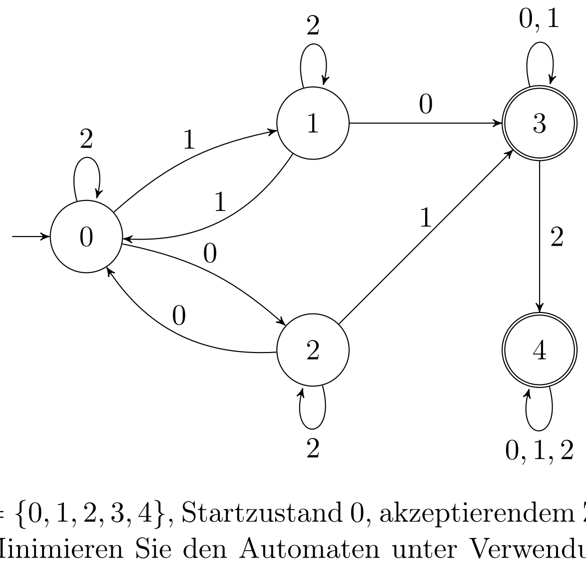
b) Nehmen Sie an, dass 11 Tauben 5 Taubenfluglöcher betreten. Verwenden Sie (1) um zu zeigen, dass es mindestens ein Taubenflugloch gibt, in dem sich 3 Tauben befinden. *Hinweis*: Urbildmengen

Können Sie den selben Sachverhalt auch mit dem Schubfachprinzip (auch Taubenschlagprinzip, Satz 6.4) zeigen?

c) Zeigen Sie, dass das Schubfachprinzip aus (1) folgt.

3) Geben Sie einen NEA an, welcher einen Bit-String liest ($\Sigma = \{0, 1\}$) und die Bits darin zählt. Der Automat akzeptiert, wenn er entweder ein Vielfaches von 3 oder von 4 an 1-Bits gelesen hat, oder genau 3 0-Bits.

4) Gegeben sei der DEA



mit Zustandsmenge $Q = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, Startzustand 0, akzeptierendem Zustand 3 und Eingabealphabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$. Minimieren Sie den Automaten unter Verwendung des Markierungsalgorithmus (Def. 8.17).

5) Der folgende NEA akzeptiert die Wörter “web” und “ebay”. Der Startzustand ist 0, $\Sigma = \{a - z\}$ ist das Eingabealphabet und die akzeptierenden Zustände sind 3 und 7. Die Zustände $1 - 3$ akzeptieren das Wort “web” und die Zustände $4 - 7$ erkennen “ebay”.

Konvertieren Sie den NEA zu einem äquivalenten DEA mithilfe von Teilmengenkonstruktion.