

1) Zeigen oder widerlegen Sie:

- a) $\log(n^{100}) \in O(\log n)$
- b) $2^n + 1000 \sin n \in O(1.5^{n^2})$
- c) $\forall k \in \mathbb{N}: n^k \in O(2^n)$
- d) $n^2 \log n \in O((n \log n)^2 - 10^{10})$,

wobei für jede Funktion der größtmögliche Definitionsbereich gewählt wird, auf dem sie nicht-negative Werte annimmt.

2) Betrachten Sie die induktive Definition

$$List := Nil \mid Cons\ a\ List$$

von Listen (die Variable a kann einen beliebigen Wert annehmen) und die rekursive Definition

$$\begin{aligned} \text{append}(\text{Nil}, ys) &= ys \\ \text{append}(\text{Cons}(x, xs), ys) &= \text{Cons}(x, \text{append}(xs, ys)) \end{aligned}$$

der Funktion $\text{append} : List \rightarrow List \rightarrow List$.

- a) Wie kann der String "UIBK" als Liste der Zeichen 'U', 'I', 'B' und 'K' dargestellt werden?
- b) Definieren Sie eine Funktion $|\cdot| : List \rightarrow \mathbb{N}$, welche die Länge einer Liste zurückliefert.
- c) Zeigen Sie mittels struktureller Induktion, dass die Funktion **append** assoziativ ist, d.h. dass

$$\text{append}(xs, \text{append}(ys, zs)) = \text{append}(\text{append}(xs, ys), zs).$$

3) Lesen Sie den folgenden Artikel: Knuth, D. E. (1976). Big Omicron and big Omega and big Theta. *ACM Sigact News*, 8(2), 18-24. Welchen Beitrag wurde für die Informatik geleistet?

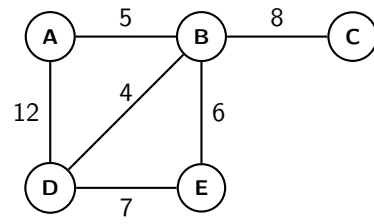
4) Wie ist die transitive Hülle einer Relation R definiert?
Zeichnen Sie den gerichteten Graph G der durch die Relation

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 2), (4, 3), (4, 5)\}$$

auf $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ gegeben ist.

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Floyd-Warshall die transitive Hülle von R .

5) Führen Sie Den Floyd-Warshall-Algorithmus für den unten angegebenen ungerichteten gewichteten Graphen aus und bestimmen Sie, für jedes Paar von Knoten, die Länge des kürzesten Pfads der die beiden Knoten verbindet.



Hinweis: Die Entfernungsmatrix ist *symmetrische Matrix* mit Nullen auf der Hauptdiagonale.