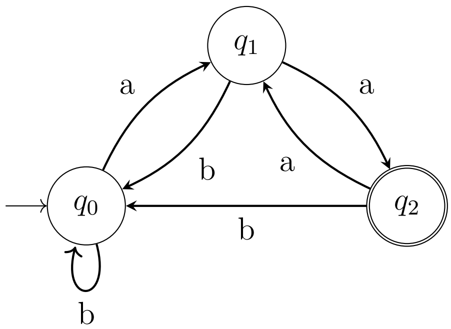
VO EXAM 7 July 2023

1. Grammatiken und Formale Sprachen

   Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DEA der durch folgenden Zustandsgraph beschrieben wird:

   - Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G an, sodass $L(A) = L(G)$
   - Geben Sie eine Linksableitung für `abaa` in G an.
   - Gegeben sei die $G' = (\{S, A, B\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, R, S)$ an, mit R:

   $$S \to \mathtt{a}A \mid \mathtt{b}S \mid \epsilon$$
   $$A \to \mathtt{a}B \mid \mathtt{b}S \mid \epsilon$$
   $$B \to \mathtt{a}A \mid \mathtt{b}S$$

   Berechnen Sie $L(G) \cap L(G')$.

   Solution: *Lösung:*

   - Sei $G = (\{Q_0, Q_1, Q_2\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, R, Q_0)$, wobei R:

   $$Q_0 \to \mathtt{a}Q_1 \mid \mathtt{b}Q_0$$
   $$Q_1 \to \mathtt{a}Q_2 \mid \mathtt{b}Q_0$$
   $$Q_2 \to \mathtt{a}Q_1 \mid \mathtt{b}Q_0 \mid \epsilon$$

   - $Q_0 \Rightarrow_l \mathtt{a}Q_1 \Rightarrow_l \mathtt{ab}Q_0 \Rightarrow_l \mathtt{aba}Q_1 \Rightarrow_l \mathtt{abaa}Q_2 \Rightarrow_l \mathtt{abaa}$
   - $L(G) \cap L(G') = \emptyset$

2. Beweisen Sie folgende Aussage in dem in der Vorlesung vorgestellten Kalkül des natürlichen Schließens NK: $p \land q,\ p \to r\ \vdash\ \neg(q \to \neg r)$

   Solution:

1	$p \wedge q$	Prämisse
2	$p \rightarrow r$	Prämisse
3	p	$\wedge$: e 1
4	q	$\wedge$: e 1
5	r	$\rightarrow$: e 2,3
6	$q \rightarrow \neg r$	Annahme
7	$\neg r$	$\rightarrow$: e 6,4
8	False	$\neg$: e 5,7
9	$\neg(q \rightarrow \neg r)$	$\neg$: i 6–8

3. Betrachten Sie folgende TM $M = (\{s, q_0, q_1, t, r\}, \{a, b\}, \{a, b, \vdash, \sqcup\}, \delta, s, t, r)$. Vervollständigen Sie die Tabelle für die Übergangsfunktion δ so, dass M die Sprache

$$L(M) = \{x \in \{a, b\}^* \mid \text{ Die Anzahl der } b\text{'s in } x \text{ ist ein Vielfaches von } 3\}$$

akzeptiert. *Hinweis:* 0 ist ein Vielfaches von 3.

Solution:

δ	$\vdash$	a	b	$\sqcup$
s	$(s, \vdash, R)$	(s, a, R)	(q_0, b, R)	$(t, \sqcup, R)$
q_0	$(r, \vdash, R)$	(q_0, a, R)	(q_1, b, R)	$(r, \sqcup, R)$
q_1	$(r, \vdash, R)$	(q_1, a, R)	(s, b, R)	$(r, \sqcup, R)$
t	$(t, \vdash, R)$	(t, a, R)	(t, b, R)	$(t, \sqcup, R)$
r	$(r, \vdash, R)$	(r, a, R)	(r, b, R)	$(r, \sqcup, R)$

4. Welche Sätze sind wahr und welche nicht? Achtung: Minuspunkte für falsche Antworten!

- Jede aussagenlogische Formel A kann bewießen werden. Diese Eigenschaft heißt Vollständigkeit. **F**
- Jede kontext-freie Grammatik ist auch kontextsensitiv. **F**
- Eine kontextfreie Grammatik G mit genau einer Rechts-Ableitung für jedes $x \in L(G)$ ist eindeutig. **T**
- Es ist unentscheidbar, ob für eine kontextfreie Grammatik G $x \in L(G)$. **F**
- Register von Registermachinen dürfen ausschließlich Natürliche Zahlen beinhalten. **T**
- Um aus $M \leq_T N$ Information über N zu erhalten, darf M nicht entscheidbar sein. **T**