

- 1) Zeigen Sie mit dem Kalkül NK des natürlichen Schließens, dass  $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$  beweisbar ist.
- 2) Wie ist die *disjunktive Normalform* (DNF) bzw. die *konjunktive Normalform* (KNF) formal definiert?

Bringen sie folgende Formeln in DNF und KNF.

- a)  $\neg(p \rightarrow \neg(q \vee r))$
  - b)  $\neg(\neg((q \wedge r) \rightarrow p) \vee \neg p)$
  - c)  $((p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p) \wedge (\neg q \vee \neg r)$
- 3) Finden Sie Algebren  $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_4$  und  $\mathcal{A}_5$  so, dass:
    - $\mathcal{A}_1$  eine Halbgruppe
    - $\mathcal{A}_2$  ein Monoid, aber keine Gruppe
    - $\mathcal{A}_3$  eine Gruppe
    - $\mathcal{A}_4$  ein Ring aber kein Körper
    - $\mathcal{A}_5$  ein Körper
- ist.