

- 1) Zeigen Sie mit dem Kalkül NK des natürlichen Schließens, dass $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ beweisbar ist.
- 2) Wie ist die *disjunktive Normalform* (DNF) bzw. die *konjunktive Normalform* (KNF) formal definiert?

Bringen sie folgende Formeln in DNF und KNF.

- a) $\neg(p \rightarrow \neg(q \vee r))$
- b) $\neg(\neg((q \wedge r) \rightarrow p) \vee \neg p)$
- c) $((p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p) \wedge (\neg q \vee \neg r)$

- 3) Finden Sie Algebren $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_4$ und \mathcal{A}_5 so, dass:
 - \mathcal{A}_1 eine Halbgruppe
 - \mathcal{A}_2 ein Monoid, aber keine Gruppe
 - \mathcal{A}_3 eine Gruppe
 - \mathcal{A}_4 ein Ring aber kein Körper
 - \mathcal{A}_5 ein Körper

ist.