1) Betrachten Sie die Sprache der Binärzahlen mit Addition. Zum Beispiel das Wort "$0 + 101 + 10$" gehört zu dieser Sprache, aber die Wörter "00" und "+1" nicht.
   a) Finden Sie eine Grammatik, welche diese Sprache erzeugt.
   b) Konstruieren Sie einen Automaten, der diese Sprache akzeptiert.

2) Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen einer *kontextfreien Grammatik* und einer *kontextfreien Sprache*. Wiederholen Sie die Begriffe *Ableitung* und *Syntaxbaum* aus der Vorlesung.
   a) Betrachten Sie folgende kontextfreie Grammatik $G_a = (\{F\}, \{\mathsf{true}, \mathsf{false}, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, (,)\}, R_a, F)$ mit R_a:

   $$F \rightarrow \mathsf{false} \mid \mathsf{true} \mid \neg F \mid (F \wedge F) \mid (F \vee F) \mid (F \rightarrow F)$$

   Bilden Sie die Ableitung und den Syntaxbaum für folgendes Wort in $L(G_a)$:

   $$((\mathsf{false} \wedge \mathsf{true}) \vee (\neg \mathsf{true} \rightarrow \mathsf{false}))$$

   b) Betrachten Sie folgende kontextfreie Grammatik $G_b = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, R_b, S)$ mit R_b:

   $$\begin{aligned} S &\rightarrow ABS \mid AB \\ A &\rightarrow aA \mid a \\ B &\rightarrow bA \end{aligned}$$

   Welche der folgenden Wörter sind in $L(G_b)$ und welche nicht? Geben sie eine Ableitung für Wörter in $L(G_b)$ an. Für Wörter, die nicht in $L(G_b)$ enthalten sind, geben Sie eine kurze Begründung an, warum dies so ist.
   - $aabaa$
   - $aaaaaaaaa$
   - $abaaba$
   - $baabbaa$

3) Betrachten Sie die Grammatik $G = (\{A, C, F\}, \Sigma, R, F)$ mit

$$\Sigma = \{\mathsf{false}, \mathsf{true}, \mathsf{a}, \ldots, \mathsf{z}, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, (,)\}$$

und den Regeln R:

$$\begin{aligned}
F &\rightarrow A \mid C \mid \neg F \mid (F \wedge F) \mid (F \vee F) \mid (F \rightarrow F) \\
A &\rightarrow \mathsf{a} \mid \mathsf{b} \mid \mathsf{c} \mid \ldots \mid \mathsf{x} \mid \mathsf{y} \mid \mathsf{z} \\
C &\rightarrow \mathsf{false} \mid \mathsf{true}
\end{aligned}$$

Zeigen Sie mit Hilfe der *rekursiven Inferenz*, dass

$$\neg(\mathsf{p} \rightarrow (\mathsf{false} \wedge \neg\neg\mathsf{q})) \in \mathsf{L}(F).$$