

1) Keine Probleme.

2) *Lösung.* Die folgende Registermaschine realisiert diese Berechnung:

```
while  $x_2 \neq 0$  do
   $x_2 := x_2 - 1$ ;
   $x_1 := x_1 - 1$ 
end;
```

```
while  $x_3 \neq 0$  do
   $x_3 := x_3 - 1$ 
end;
```

```
while  $x_1 \neq 0$  do
   $x_1 := x_1 - 1$ ;
   $x_3 := x_3 + 1$ ;
   $x_3 := x_3 + 1$ 
end
```

Die erste Schleife subtrahiert x_2 von x_1 , wobei das Ergebnis nachher in x_1 steht und $x_2 = 0$ gilt. Falls $x_2 > x_1$, könnte scheinbar ein negativer Wert in x_1 stehen. Das wird jedoch von der Maschine selbst verhindert. Der kleinstmögliche Wert eines Registers ist demnach 0. Also funktioniert diese Registermaschine nur korrekt, falls $x_2 \leq x_1$. Die zweite Schleife sorgt dafür, dass x_3 auf 0 gesetzt wird. In der dritten Schleife wird jeweils x_1 dekrementiert und x_3 zweimal inkrementiert. Dadurch steht nach Ausführung dieser Schleife das Doppelte der vorigen Differenz in x_3 , wobei in x_1 und x_2 jeweils 0 steht.

□

3) *Lösung.* Wir geben eine in polynomieller Zeit berechenbare Abbildung $R: \{a, b\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ an, sodass $x \in A \Leftrightarrow R(x) \in B$. Wir wählen $R(a) = 0$ und $R(b) = 0$. Somit wird ein Wort aus $\{a, b\}^n$ in 0^n umgewandelt. Genau dann wenn n gerade ist, ist 0^n ein Palindrom gerader Länge. Tabellarisch ergibt sich:

$x \in A$	x	$R(x)$	$R(x) \in B$
✓	ϵ	ϵ	✓
×	a	0	×
×	b	0	×
✓	aa	00	✓
✓	ab	00	✓
✓	ba	00	✓
✓	bb	00	✓
×	aaa	000	×
⋮	⋮	⋮	⋮

□