

- 1) *Lösung.* Korrektheit: Jede ableitbare Formel ist auch gültig $A \vdash B \Rightarrow A \models B$
 Vollständigkeit: Jede gültige Formel ist auch ableitbar $A \models B \Rightarrow A \vdash B$

1	p	Annahme
2	q	Annahme
3	p	Kopieren
4	$q \rightarrow p$	\rightarrow : i 2,3
5	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$	\rightarrow : i 1-4

□

- 2) *Lösung.* Alle verwendeten Regeln im Kalkül \mathcal{NK} sind korrekt und gemeinsam vollständig. Das heißt, sämtliche in \mathcal{NK} ableitbaren Formeln sind tatsächlich Tautologien („Korrektheit“) und andererseits sind sämtliche Tautologien auch wirklich ableitbar („Vollständigkeit“).

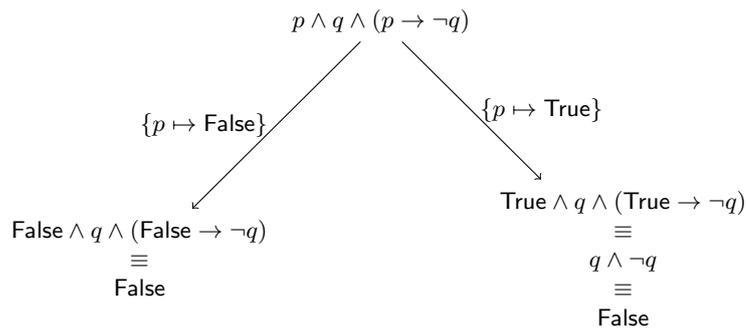
Insbesondere gilt auch, dass die Existenz eines Gegenbeispiels bedeutet, dass kein Beweis in \mathcal{NK} für eine Formel existieren kann.

Nun zum Beweis von $a \wedge b, b \rightarrow c \vdash c \vee d$:

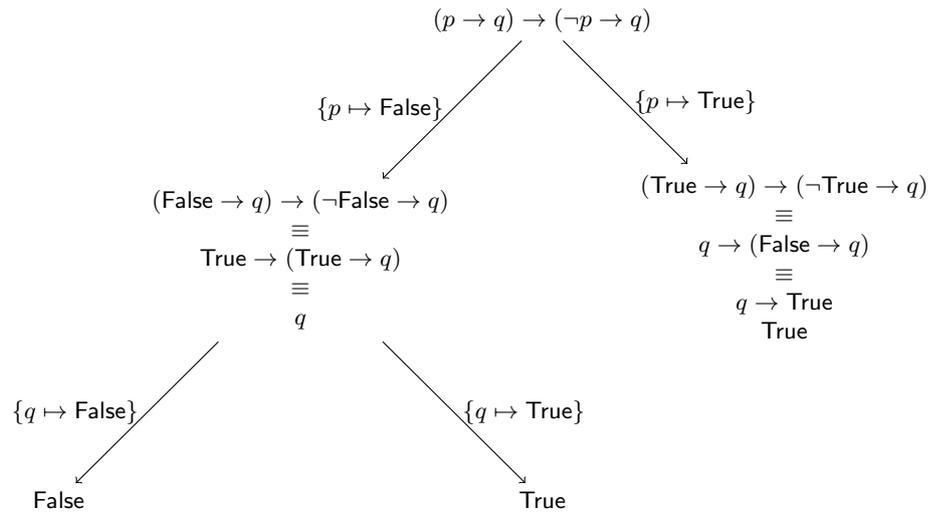
- | | | |
|---|-------------------|----------------------|
| 1 | $a \wedge b$ | Prämisse |
| 2 | $b \rightarrow c$ | Prämisse |
| 3 | b | \wedge :e 1 |
| 4 | c | \rightarrow :e 2,3 |
| 5 | $c \vee d$ | \vee :i 4 |

□

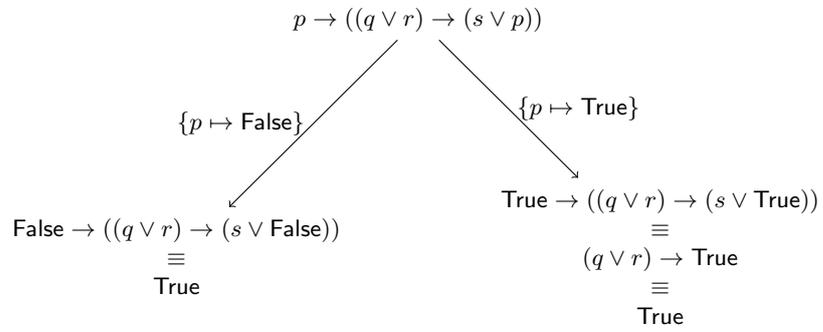
- 3) *Lösung.* a) Die Formel ist unerfüllbar.



- b) Die Formel ist erfüllbar aber keine Tautologie.



c) Die Formel ist eine Tautologie.



□