1) *Lösung.* Wir betrachten die Menge $M = \{a, b, c, d\}$ und definieren die folgende Abbildung:

$x \in \mathbb{B}^4$	$\varphi(x) \in \mathcal{P}(M)$
$(0,0,0,0)$	$\varnothing$
$(0,0,0,1)$	$\{a\}$
$(0,0,1,0)$	$\{b\}$
$(0,0,1,1)$	$\{a,b\}$
$(0,1,0,0)$	$\{c\}$
$(0,1,0,1)$	$\{a,c\}$
$(0,1,1,0)$	$\{b,c\}$
$(0,1,1,1)$	$\{a,b,c\}$
$(1,0,0,0)$	$\{d\}$
$(1,0,0,1)$	$\{a,d\}$
$(1,0,1,0)$	$\{b,d\}$
$(1,0,1,1)$	$\{a,b,d\}$
$(1,1,0,0)$	$\{c,d\}$
$(1,1,0,1)$	$\{a,c,d\}$
$(1,1,1,0)$	$\{b,c,d\}$
$(1,1,1,1)$	M

Die Abbildung φ is offensichtlich bijektiv und die Homomorphiebedingungen lassen sich leicht nachrechnen. Etwa gilt nach Definition für beliebige $\overline{x}, \overline{y} \in \mathbb{B}^4$:

$$\varphi(\overline{x}) \cap \varphi(\overline{y}) = \varphi(\overline{x} \cdot \overline{y}) \ .$$

□

2) *Lösung.* a) $L_3^2 \cap (L_1 \cup L_2) = \{ab, bb\}$

b) $L_1L_3 \cap L_4^* = \{aa, ab, aab, aba, abb, abab\}$

c) $L_2L_2 \cap L_2 = \emptyset$

d) $(L_1L_3 \cap L_3L_2)L_4 = \{aa, abb, aba, aaa, abba, abaa, aab, abbb, abab\}$

e) $\{a, b, aa, ab, ba, bb, aab, bab\} = L_4L_3$

f) $\{b\} = \sim L_1 \cap L_3$

□

3)	1	$\neg p \vee q$	Annahme
	2	$\neg q \wedge p$	Annahme
	3	$\neg q$	$\wedge$: e 2
	4	p	$\wedge$: e 2
	5	$\neg p$	Annahme
	6	False	$\neg$: e 4,5
	7	q	Annahme
	8	False	$\neg$: e 8,3
	9	False	$\vee$: e 1,5–6,7–8
	10	$\neg(\neg q \wedge p)$	$\neg$: i 2–9
	11	$(\neg p \vee q) \rightarrow \neg(\neg q \wedge p)$	$\rightarrow$: i 1–10