1. Welche der folgenden Aussagen zu Normalformen einer aussagenlogischen Formel A ist falsch?

A. Für Formel A existiert eine KNF K, sodass $A \approx K$ gilt.

B. Für A existiert eine DNF D, sodass $A \approx D$ gilt.

C. Sei f die Wahrheitsfunktion von A. Zur Berechnung der DNF von f konzentriert man sich auf die Argumente $p_1, \ldots, p_n$ von f, sodass $f(p_1, \ldots, p_n) = \mathsf{T}$.

D. Sei f die Wahrheitsfunktion von A. Zur Berechnung der KNF von f konzentriert man sich auf die Argumente $p_1, \ldots, p_n$ von f, sodass $f(p_1, \ldots, p_n) = \mathsf{F}$.

E. Die Berechenbarkeit der KNF von A ist unentscheidbar.

---

2. Betrachten Sie die folgende Grammatik $G = (\{S\}, \{0, 1\}, R, S)$, wobei die Regeln R wie folgt gegeben:

$$S \to \epsilon \mid 00S$$

Welchen Typ hat diese Grammatik?

A. Die Grammatik ist nicht rekursiv aufzählbar.

B. Die Grammatik ist rekursiv aufzählbar, aber nicht kontextsensitiv.

C. Die Grammatik ist kontextsensitiv, aber nicht kontextfrei.

D. Die Grammatik ist kontextfrei, aber nicht rechtslinear.

E. Die Grammatik ist rechtslinear.

---

3. Welche der folgenden Aussagen zur Aussagenlogik ist falsch?

A. Für jede Formel A existiert eine DNF D und eine KNF K, sodass $A \approx D \approx K$ gilt.

B. Wenn $A_1, \ldots, A, \ldots A_n \vdash B$ gilt, dann auch $A_1, \ldots, A_n \vdash A \rightarrow B$.

C. $A \approx B$ gilt gdw. $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ eine Tautologie ist.

D. Eine Formel A ist eine Tautologie gdw. $\neg A$ unerfüllbar ist.

E. Jedes Axiomensystem für die Aussagenlogik ist vollständig.

---

4. Betrachten Sie die formalen Sprachen $L = \{\epsilon, 0, 10, 100, 110\}$, $M = \{1, 11, 101, 111\}$ und $N = \{0, 1\}^*$. Was ist $(L \cap M) \cup N$?

A. $(L \cap M) \cup N = \{\epsilon\}$

B. $(L \cap M) \cup N = \{\epsilon, 1, 11, 101, 111\}$

C. $(L \cap M) \cup N = \{\epsilon, 0, 10, 100, 110\}$

D. $(L \cap M) \cup N = \varnothing$

E. $(L \cap M) \cup N = \{0, 1\}^*$

---

5. Welche der folgenden Anordnungen der Chomsky-Hierarchie ist richtig? Zur Erinnerung:

$\mathcal{L}_3$ = reguläre Sprachen
$\mathcal{L}_2$ = kontextfreie Sprachen
$\mathcal{L}_1$ = kontextsensitive Sprachen
$\mathcal{L}_0$ = rekursiv aufzählbare Sprachen
$\mathcal{L}$ = formale Sprachen

A. $\mathcal{L}_3 \subsetneq \mathcal{L}_1 \subsetneq \mathcal{L}_2 \subsetneq \mathcal{L} \subsetneq \mathcal{L}_0$

B. $\mathcal{L}_3 \supseteq \mathcal{L}_2 \supseteq \mathcal{L}_1 \supseteq \mathcal{L}_0 \supseteq \mathcal{L}$

C. $\mathcal{L}_3 \supsetneq \mathcal{L}_2 \supsetneq \mathcal{L}_1 \supsetneq \mathcal{L}_0 \supsetneq \mathcal{L}$

D. $\mathcal{L}_3 = \mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0 = \mathcal{L}$

E. $\mathcal{L}_3 \subsetneq \mathcal{L}_2 \subsetneq \mathcal{L}_1 \subsetneq \mathcal{L}_0 \subsetneq \mathcal{L}$

---

6. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen ist falsch?

A. Sei L eine Sprache, die von einer TM akzeptiert wird. Dann ist L rekursiv aufzählbar.

B. Für jede Sprache L, die von einer rechtslinearen Grammatik akzeptiert wird, exisitert eine TM die L akzeptiert.

C. Jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die berechenbar auf einer TM ist, ist auf einer RM berechenbar.

D. Jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die berechenbar auf einer RM ist, ist auf einer TM berechenbar.

E. Jede TM kann in einen äquivalenten endlichen Automaten umgewandelt werden.

---

7. Betrachten Sie die aussagenlogische Formel A:

$$p \rightarrow ((q \rightarrow (r \rightarrow s)) \vee (s \rightarrow (r \rightarrow q)))$$

a) Betrachten Sie die Belegung $\mathsf{v}(p) = \mathsf{v}(r) = \mathsf{F}$, $\mathsf{v}(q) = \mathsf{v}(s) = \mathsf{T}$. Begründen Sie (formell oder informell), warum $\overline{\mathsf{v}}(A) = \mathsf{T}$ gilt. `[3 Punkte]`

b) Zeigen Sie, dass A eine Tautologie ist. Verwenden Sie dazu die Methode von Quine. `[5 Punkte]`

---

8. Sei E die folgende Menge von Gleichungen über der Signatur $\mathsf{F} = \{\cdot, +, \mathsf{1}, \mathsf{0}\}$, wobei die Stelligkeit von $\cdot$ und $+$ jeweils zwei und die Stelligkeit von $\mathsf{1}$ und $\mathsf{0}$ jeweils null ist.

$$\begin{aligned} x &= \mathsf{1} \\ \mathsf{1} + \mathsf{1} &= \mathsf{0} \\ \mathsf{0} + \mathsf{0} &= \mathsf{0} \end{aligned}$$

Zeigen Sie mit Hilfe der Regeln der Gleichungslogik, dass

$$E \vdash (\mathsf{0}+\mathsf{0}) \cdot \mathsf{0} = (\mathsf{1}+\mathsf{1}) \cdot \mathsf{1}$$

gilt. `[8 Punkte]`

---

9. Schreiben Sie das `while`-Programm P für eine Registermaschine $R_\Sigma = ((x_i)_{1 \leqslant i \leqslant 3}, P)$, welche die Summe der Zahlen von 0 bis n berechnet.

Die Zahl n steht am Beginn in Register x_1. Das Programm soll das Ergebnis in Register x_2 schreiben. Verwenden Sie dazu das Hilfsprogramm $P_+(x_i, x_j, x_k)$. Wird P_+ mit den Werten (a, b, c) aufgerufen liefert es $(a + b, b, 0)$ als Ergebnis. `[8 Punkte]`

---

10. Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, B\}, \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}\}, R, S)$, wobei die Regeln R wie folgt definiert sind.

$$S \to \mathsf{c}S\mathsf{a} \mid BB \mid \epsilon$$
$$B \to \mathsf{b}$$

a) Geben Sie $\mathsf{L}(G)$ in Mengennotation an. `[2 Punkte]`

b) Geben Sie eine Linksableitung in der Grammatik G für das Wort ccbbaa an. `[2 Punkte]`

c) Geben Sie einen Syntaxbaum in Bezug auf G für dasselbe Wort ccbbaa an. `[2 Punkte]`

Betrachten Sie die folgende Grammatik $G_2 = (\{S, A, B\}, \{\mathsf{a}\}, R, S)$, wobei die Regeln R wie folgt definiert sind:

$$S \to A \mid B$$
$$A \to \mathsf{a}$$
$$B \to \mathsf{a}$$

d) Ist die Grammatik G_2 mehrdeutig? Begründen Sie Ihre Antwort. `[2 Punkte]`

ANSWERKEY FOR “versionU”

```
Version 1:  E  E  E  E  E  E
```