7. *Lösung.*

a) $\bar{\mathsf{v}}(A) = \bar{\mathsf{v}}(p \to \dots) = \mathsf{T}$, da $\bar{\mathsf{v}}(p) = \mathsf{v}(p) = \mathsf{F}$.

b) A ist eine Tautologie, da $A\{p \mapsto \mathsf{True}\}$ und $A\{p \mapsto \mathsf{False}\}$ Tautologien sind.

- $A\{p \mapsto \mathsf{False}\} = \mathsf{False} \to (q \to (r \to s)) \lor (s \to (r \to q)) \approx \mathsf{True}$ ist eine Tautologie.
- $A_p = A\{p \mapsto \mathsf{True}\} \approx (q \to (r \to s)) \lor (s \to (r \to q))$ ist eine Tautologie, da $A_p\{q \mapsto \mathsf{True}\}$ und $A_p\{q \mapsto \mathsf{False}\}$ Tautologien sind.
  - $A_p\{q \mapsto \mathsf{False}\} = (\mathsf{False} \to (r \to s)) \lor (s \to (r \to \mathsf{False}))$ ist eine Tautologie, da $\mathsf{False} \to (r \to s) \approx \mathsf{True}$.
  - $A_p\{q \mapsto \mathsf{True}\} = (\mathsf{True} \to (r \to s)) \lor (s \to (r \to \mathsf{True}))$ ist eine Tautologie, da $r \to \mathsf{True} \approx \mathsf{True}$ und $s \to (r \to \mathsf{True}) \approx \mathsf{True}$.

$\square$

8. a) *Lösung.*

$$\begin{aligned}(a \cdot b) + (\overline{a} + \overline{b}) &= (a + \overline{a} + \overline{b}) \cdot (b + \overline{a} + \overline{b}) \\ &= (1 + \overline{b}) \cdot (1 + \overline{a}) \\ &= 1 \cdot 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

$\square$

b) *Lösung.*

$$\begin{aligned}(a \cdot b) \cdot (\overline{a} + \overline{b}) &= \overline{a} \cdot a \cdot b + \overline{b} \cdot a \cdot b \\ &= 0 \cdot b + 0 \cdot a \\ &= 0 + 0 \\ &= 0\end{aligned}$$

$\square$

9. a) *Lösung.* Ja. $\square$

b) *Lösung.*

$$(s, \vdash \mathsf{abb}\sqcup^\infty, 0) \xrightarrow[M]{1} (s, \vdash \mathsf{abb}\sqcup^\infty, 1) \xrightarrow[M]{1} (p, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^\infty, 2) \xrightarrow[M]{*}$$
$$(p, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^\infty, 4) \xrightarrow[M]{1} (q, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^\infty, 3) \xrightarrow[M]{1}$$
$$(u, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^\infty, 2) \xrightarrow[M]{*} (u, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^\infty, 1) \xrightarrow[M]{1}$$
$$(s, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^\infty, 2)\ .$$

$\square$

c) *Lösung.* $\mathsf{L}(M) = \{\mathsf{a}^n\mathsf{b}^n \mid n \geqslant 0\}$. $\square$

10. a) *Lösung.* $\{x_1 = c\}\ P\ \{x_1 = c\}$ $\square$

b) *Lösung.*

$$\dfrac{\dfrac{}{\{x_1 + 1 = c + 1\}\ x_1 \coloneqq x_1 + 1\ \{x_1 = c + 1\}}\,[\mathrm{z}]}{\{x_1 = c\}\ x_1 \coloneqq x_1 + 1\ \{x_1 = c + 1\}}\,[\mathrm{a}] \qquad \dfrac{\dfrac{}{\{x_1 - 1 = c\}\ x_1 \coloneqq x_1 - 1\ \{x_1 = c\}}\,[\mathrm{z}]}{\{x_1 = c + 1\}\ x_1 \coloneqq x_1 - 1\ \{x_1 = c\}}\,[\mathrm{a}]$$

$$\overline{\{x_1 = c\}\ x_1 \coloneqq x_1 + 1; x_1 \coloneqq x_1 - 1\ \{x_1 = c\}}\ [\mathrm{s}]$$

$\square$

c) *Lösung.* Wegen $\{x_1 = 0\}\ P'\ \{x_1 = 1\}$. $\square$