

1. Welche der folgenden Aussagen zur Berechenbarkeitstheorie ist richtig?

- A. Jedes lösbare Problem ist auch algorithmisch lösbar.
 - B. Es ist möglich ein Turingmaschinenprogramm zu schreiben, welches testet ob eine beliebige Grammatik mehrdeutig ist.
 - C. Die Church-Turing These impliziert, dass jede bekannte Programmiersprache Turing-vollständig ist.
 - D. Turingmaschinen mit einem zweiseitig unbeschränkten Band sind echt mächtiger als TMs mit einem einseitig beschränkten Band.
 - E. Turingmaschinen können nur mit einem einseitig unbeschränkten Band definiert werden.
 - F. Die Church-Turing These impliziert, dass jeder Algorithmus auch als Registermaschinenprogramm ausgedrückt werden kann.
-

2. Welche der folgenden Aussagen zu Registermaschinen ist falsch?

- A. Alle Registermaschinenprogramme können mit nur drei Befehlen geschrieben werden.
 - B. Registermaschinenprogrammen sind deterministische Programme.
 - C. Registermaschinen sind Turing-vollständig.
 - D. Für jede partielle Funktion $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$, berechenbar auf einer RM R , existiert eine Turingmaschine M , sodass f M -berechenbar.
 - E. Jede Funktion $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$, die auf einer Turingmaschine berechenbar ist, ist auch auf einer RM berechenbar.
 - F. Jede RM kann in eine äquivalente kontextsensitive Grammatik umgewandelt werden.
-

3. Betrachten Sie die folgende Grammatik $G = (\{F, W\}, \Sigma, R, F)$, wobei

$$\Sigma := \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, (,), \text{False}, \text{True}, p, q, r, u\}$$

und die Regeln R wie folgt gegeben:

$$F \rightarrow W \mid (F \wedge F) \mid (F \vee F) \mid (F \rightarrow F) \\ W \rightarrow p \mid q \mid r \mid u \mid \text{True}$$

Welche Klasse hat diese Grammatik?

- A. Die Grammatik ist nicht beschränkt.
 - B. Die Grammatik ist nicht kontextsensitiv.
 - C. Die Grammatik ist beschränkt, aber nicht kontextfrei.
 - D. Die Grammatik ist kontextsensitiv, aber nicht kontextfrei.
 - E. Die Grammatik ist rechtslinear.
 - F. Die Grammatik ist kontextfrei, aber nicht rechtslinear.
-

4. Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen falsch, wenn $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, \bar{}, 0, 1 \rangle$ eine Boolesche Algebra ist?

- A. Für alle $a \in B$: $a + 0 = a$ und $a \cdot 0 = 0$.
 - B. Für alle $a \in B$: $a \cdot a = a$.
 - C. Für alle $a \in B$ gilt $\bar{\bar{a}} = a$.
 - D. Für alle $a, b \in B$, wenn $a + b = 1$ und $ab = 0$, dann $b = \bar{a}$.
 - E. Für alle $a, b \in B$ gilt $a(\bar{a} + b) = ab$.
 - F. Für alle $a, b \in B$ gilt $\overline{a + b} = \bar{a} + \bar{b}$.
-

5. Betrachten Sie die folgende Wahrheitstabelle:

?	T	F
T	F	T
F	T	F

Stellen Sie die Wahrheitstabelle als aussagenlogische Formel über den Aussagenvariablen p und q dar, wobei p das erste und q das zweite Argument repräsentieren soll.

- A.** $(\neg q \vee \neg p) \vee q$.
- B.** $p \rightarrow (q \wedge p)$.
- C.** $(p \rightarrow q) \vee (\neg q \rightarrow \neg p)$.
- D.** $p \vee (p \wedge q) \rightarrow p$.
- E.** $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.
- F.** $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.
-

6. Welche der folgenden Äquivalenzen von propositionalen Formeln gelten nicht?

A. $p \wedge \neg p \approx \text{False}$.

B. $p \wedge (\neg p \vee q) \approx p \wedge q$.

C. $p \vee (p \wedge q) \approx p$.

D. $p \rightarrow p \approx \text{True}$.

E. $\neg(p \rightarrow q) \approx p \wedge \neg q$.

F. $p \vee (q \wedge r) \approx (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

7. Aussagenlogik:

a) Zeigen Sie die folgende Äquivalenz:

$$(p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q \rightarrow p) \approx p \vee \neg p$$

[4 Punkte]

b) Betrachten Sie die folgende Wahrheitsfunktion $f : \{\text{T}, \text{F}\}^2 \rightarrow \{\text{T}, \text{F}\}$, dargestellt durch Ihre Wahrheitstabelle:

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Verwenden Sie die Methode aus dem Skriptum um die konjunktive Normalform K von f anzugeben.

[4 Punkte]

8. Algebra: Sei E die folgende Menge von Gleichungen über der Signatur $F = \{h, f, g, a\}$, wobei die Stelligkeit von h drei, von f und g jeweils eins und die Stelligkeit von a gleich null ist.

$$\begin{aligned}g(x) &\approx x \\ x &\approx f(x)\end{aligned}$$

Zeigen Sie mit Hilfe der Regeln der Gleichungslogik, dass

$$E \vdash h(a, f(x), g(a)) = h(a, x, f(a))$$

gilt. Begründen Sie Ihre Schritte mit Angabe der verwendeten Regel. [8 Punkte]

9. Formale Sprachen:

a) Es sei die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ gegeben:

$$L = \{x \mid x \in \Sigma^* \text{ enthält eine ungerade Anzahl } b\}$$

Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G für die Sprache L an. [4 Punkte]

b) Gegeben sei die beschränkte Grammatik $G = (\{S, B\}, \{a, b\}, R, S)$, wobei die Regeln R wie folgt definiert sind:

$$S \rightarrow aS \mid B \mid bS$$

$$aB \rightarrow ab$$

$$bS \rightarrow bSb$$

$$Sb \rightarrow aa$$

Geben Sie eine Ableitung für den String baa an. [4 Punkte]

10. Berechenbarkeitstheorie: Schreiben Sie das `while`-Programm P für eine Registermaschine $R_{<} = ((x_i)_{1 \leq i \leq 3}, P)$, welche $n < m$ überprüft.

Am Beginn steht die Zahl n im Register x_1 , die Zahl m im Register x_2 und eine unbekannte Zahl im Register x_3 . Am Ende der Ausführung soll x_3 genau dann größer 0 sein wenn $n < m$ gilt. [8 Punkte]

ANSWERKEY FOR “versionU”

Version 1: F F F F F F