7.

Lösung.

$$\begin{aligned}
b &= \underline{b \cdot 1} \\
&= b \cdot (a + \overline{a}) \\
&= \underline{b \cdot a + b \cdot \overline{a}} \\
&= \underline{a \cdot b + b \cdot \overline{a}} \\
&= \underline{0 + b \cdot \overline{a}}, \text{ da } a \cdot b = 0 \\
&= \underline{a \cdot \overline{a} + b \cdot \overline{a}} \\
&= (a + b) \cdot \overline{a} \\
&= \underline{1 \cdot \overline{a}}, \text{ da } \underline{a + b = 1} \\
&= \overline{a}
\end{aligned}$$

Ja, die binäre Algebra ist eine Boolesche Algebra und somit gilt die Eindeutigkeit des Komplements.

□

8. *Lösung.*

a)

$$\begin{aligned}
(p \vee q) \to (p \to q \to p) &\equiv (p \vee q) \to (\neg p \vee \neg q \vee p) \\
&\equiv (p \vee q) \to (\neg q \vee \mathsf{True}) \\
&\equiv (p \vee q) \to \mathsf{True} \equiv \mathsf{True}\ .
\end{aligned}$$

b) Es gilt $\mathsf{TV}(f) = \{(\mathsf{F}, \mathsf{F})\}$ und somit $K = (\neg s_1 \vee \neg s_2) \wedge (\neg s_1 \vee s_2) \wedge (s_1 \vee \neg s_2)$

□

9. *Lösung.*

a) $\mathsf{L}(A) = \{\mathsf{0}^{2n} \mid n \geqslant 0\}$

b) Wir definieren $G_1 = (\{S\}, \{\mathsf{0}\}, R, S)$ mit den Regeln R: $S \to \epsilon | \mathsf{00}S$.

c) $S \Rightarrow \mathsf{1}U \Rightarrow \mathsf{10}U \Rightarrow \mathsf{101}U \Rightarrow \mathsf{1010}U \Rightarrow \mathsf{10100}$

d) Ja, da für alle Regeln $P \to Q$ gilt, dass $P \in V$ und $Q \in \Sigma^* \cup \Sigma^+ V$.

□

10. *Lösung.*

a) Ja.

b)

$$
\begin{aligned}
&(s, \vdash \mathsf{abb}\sqcup^\infty, 0) \xrightarrow[M]{1} (s, \vdash \mathsf{abb}\sqcup^\infty, 1) \xrightarrow[M]{1} (p, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^\infty, 2) \xrightarrow[M]{*} \\
&(p, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^\infty, 4) \xrightarrow[M]{1} (q, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^\infty, 3) \xrightarrow[M]{1} \\
&(u, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^\infty, 2) \xrightarrow[M]{*} (u, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^\infty, 1) \xrightarrow[M]{1} \\
&(s, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^\infty, 2)\ .
\end{aligned}
$$

c) $\mathsf{L}(M) = \{\mathsf{a}^n\mathsf{b}^n \mid n \geqslant 0\}$.

$\square$