7. *Lösung.* Diese Formel ist eine Tautologie (also auch erfüllbar), da im folgenden Beweisbaum immer True herauskommt:

$$
\begin{aligned}
&\neg t \wedge q \wedge p \to ((\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge t) \to (\neg(s \wedge \neg s) \vee q \to (q \vee p \to r \wedge (\neg q \vee r))))\\
&\equiv \neg t \wedge q \wedge p \to ((\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge t) \to (\neg\mathsf{False} \vee q \to (q \vee p \to r \wedge (\neg q \vee r))))\\
&\equiv \neg t \wedge q \wedge p \to ((\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge t) \to (\mathsf{True} \vee q \to (q \vee p \to r \wedge (\neg q \vee r))))\\
&\equiv \neg t \wedge q \wedge p \to ((\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge t) \to (\mathsf{True} \to (q \vee p \to r \wedge (\neg q \vee r))))\\
&\equiv \neg t \wedge q \wedge p \to ((\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge t) \to (q \vee p \to r \wedge (\neg q \vee r)))
\end{aligned}
$$

$\{t \to \mathsf{True}\}$

$$
\begin{aligned}
&\mathsf{False} \wedge q \wedge p \to (\dots)\\
&\equiv \mathsf{False} \to (\dots)\\
&\equiv \mathsf{True}
\end{aligned}
$$

$\{t \to \mathsf{False}\}$

$$
\begin{aligned}
&\mathsf{True} \wedge q \wedge p \to ((\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge \mathsf{False}) \to (q \vee p \to r \wedge (\neg q \vee r)))\\
&\equiv q \wedge p \to ((\neg r \wedge \neg p) \vee \mathsf{False} \to (q \vee p \to r \wedge (\neg q \vee r)))\\
&\equiv q \wedge p \to (\neg r \wedge \neg p \to (q \vee p \to r \wedge (\neg q \vee r)))
\end{aligned}
$$

$\{p \to \mathsf{True}\}$

$$
\begin{aligned}
&q \wedge \mathsf{True} \to (\neg r \wedge \mathsf{False} \to (q \vee \mathsf{True} \to r \wedge (\neg q \vee r)))\\
&\equiv q \to (\mathsf{False} \to (\mathsf{True} \to r \wedge (\neg q \vee r)))\\
&\equiv q \to \mathsf{True}\\
&\equiv \mathsf{True}
\end{aligned}
$$

$\{p \to \mathsf{False}\}$

$$
\begin{aligned}
&q \wedge \mathsf{False} \to (\dots)\\
&\equiv \mathsf{False} \to (\dots)\\
&\equiv \mathsf{True}
\end{aligned}
$$

□

8. *Lösung.*

$$
\begin{aligned}
(a \cdot \overline{b}) + (a \cdot \overline{b + \overline{c}}) &= (a \cdot \overline{b}) + (a \cdot \overline{b} \cdot \overline{\overline{c}}) && \text{De Morgan}\\
&= (a \cdot \overline{b}) + (a \cdot \overline{b} \cdot c) && \text{Involutionsgesetz}\\
&= ((a \cdot \overline{b}) + a) \cdot ((a \cdot \overline{b}) + \overline{b}) \cdot ((a \cdot \overline{b}) + c) && \text{Distributivität}\\
&= (a + (a \cdot \overline{b})) \cdot (\overline{b} + (a \cdot \overline{b})) \cdot ((a \cdot \overline{b}) + c) && 2 \times \text{ Kommutativität}\\
&= (a + (a \cdot \overline{b})) \cdot (\overline{b} + (\overline{b} \cdot a)) \cdot ((a \cdot \overline{b}) + c) && \text{Kommutativität}\\
&= a \cdot \overline{b} \cdot ((a \cdot \overline{b}) + c) && 2 \times \text{ Absorptionsgesetz}\\
&= a \cdot \overline{b} && \text{Absorptionsgesetz}
\end{aligned}
$$

□

9. *Lösung.* Rekursive Inferenz von $\mathsf{1001c1001}$ in G:

	Wort	Variable	Regel	Rekursion
1	1	T	$T \to 1$	
2	01	T	$T \to 0T$	1
3	01c	S	$S \to T\mathsf{c}$	2
4	001c10	S	$S \to 0S10$	3
5	1001c1001	S	$S \to 1S01$	4

□

10. *Lösung.*

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\{x_1 - 1 = 9\}\ x_1 := x_1 - 1\ \{x_1 = 9\}}\ [\mathrm{z}]}{\{x_1 = 10\}\ x_1 := x_1 - 1\ \{x_1 = 9\}}\ [\mathrm{a}]^1 \quad \dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\{x_1 - 1 = 8\}\ x_1 := x_1 - 1\ \{x_1 = 8\}}\ [\mathrm{z}]}{\{x_1 = 9\}\ x_1 := x_1 - 1\ \{x_1 = 8\}}\ [\mathrm{a}]^2 \quad \dfrac{\dfrac{}{\{\mathsf{is\_prime}(x_1 - 1)\}\ x_1 := x_1 - 1\ \{\mathsf{is\_prime}(x_1)\}}\ [\mathrm{z}]}{\{x_1 = 8\}\ x_1 := x_1 - 1\ \{\mathsf{is\_prime}(x_1)\}}\ [\mathrm{a}]^3}{\{x_1 = 9\}\ x_1 := x_1 - 1; x_1 := x_1 - 1\ \{\mathsf{is\_prime}(x_1)\}}\ [\mathrm{s}]}{\{x_1 = 10\}\ x_1 := x_1 - 1; x_1 := x_1 - 1; x_1 := x_1 - 1\ \{\mathsf{is\_prime}(x_1)\}}\ [\mathrm{s}]$$

[1] mit $(x_1 = 10) \models (x_1 - 1 = 9)$
[2] mit $(x_1 = 9) \models (x_1 - 1 = 8)$
[3] mit $(x_1 = 8) \models (\mathsf{is\_prime}(x_1 - 1))$ $\square$