2. Klausur Einführung in die Theoretische Informatik Seite 1 von 14

- 1. Welche der folgenden Aussagen zur Verifikation nach Hoare ist falsch?
- **A.** Sei $\{Q\}$ P $\{R\}$ ein Hoare-Triple. Dann nennen wir P korrekt in Bezug auf Q und R, wenn dieses Triple im Hoare Kalkül ableitbar ist.
- **B.** Eine Formel, die sowohl *vor* der Ausführung des Programmes, wie auch *nach* der Ausführung richtig ist, nennt man Invariante.
- C. Eine Zusicherung ist eine eingeschränkte prädikatenlogische Formel.
- **D.** Ein Hoare-Triple besteht aus drei Komponenten: einem Programm und zwei eingeschränkten prädikatenlogischen Formeln.
- **E.** Wir nennen ein Programm P total korrekt für eine Spezifikation S, wenn S korrekt ist in Bezug auf die Zusicherungen Q und R, die der Spezifikation S entsprechen.

2. Klausur Einführung in die Theoretische Informatik Seite 2 von 14

- 2. Welches der folgenden klassischen Probleme der Informatik ist entscheidbar?
- **A.** Gegeben eine kontextfreie Grammatik G. Gibt es ein Wort $x \in L(G)$, sodass für x zwei verschiedene Linksableitungen existieren?
- **B.** Gegeben zwei Listen von Wörtern x_1, \ldots, x_n und y_1, \ldots, y_n . Existieren Indices i_1, \ldots, i_m , sodass $x_{i_1} \cdots x_{i_m} = y_{i_1} \cdots y_{i_m}$?
- C. Das uniforme Halteproblem für Turingmaschinen. Das *uniforme* Halteproblem ist das Problem, ob ein gegebenes Programm auf jeder beliebigen Eingabe hält.
- **D.** Gegeben ein beliebiges Programm P, ist P ein "hello, world"-Programm?
- E. Das Halteproblem für die eingeschränkte Klasse von Turingmaschinen, die den Inhalt des unendlichen Bandes lesen, nicht aber verändern dürfen.

3. Betrachten Sie die formalen Sprachen $L=\{\epsilon,\mathsf{ca},\mathsf{aba}\},\ M=\{\mathsf{a},\mathsf{b},\mathsf{c}\}$ und $N=\{\mathsf{a},\mathsf{b},\mathsf{c}\}^*.$ Was ist $(LM)\cap N$?

A.
$$(LM) \cap N = \{a, b, c\}^*$$

B.
$$(LM) \cap N = \emptyset$$

C.
$$(LM) \cap N = \{\epsilon, \mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}, \mathsf{caa}, \mathsf{,cac}, \mathsf{abac}\}$$

$$\mathbf{D.} \quad (LM) \cap N = \{\mathsf{caa}, \mathsf{cab}, \mathsf{cac}, \mathsf{abaa}, \mathsf{abab}, \mathsf{abac}\}$$

$$\mathbf{E.}\quad (LM)\cap N=\{\epsilon, \mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}, \mathsf{caa}, \mathsf{cab}, \mathsf{cac}, \mathsf{abaa}, \mathsf{abab}, \mathsf{abac}\}$$

$$\mathbf{F.} \quad (LM) \cap N = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}, \mathsf{caa}, \mathsf{cab}, \mathsf{cac}, \mathsf{abaa}, \mathsf{abab}, \mathsf{abac}\}$$

4. Welche der folgenden Aussagen ist immer richtig, wenn $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, ^-, 0, 1 \rangle$ eine Boolsche Algebra ist?

- **A.** Für alle $a, b \in B$, wenn $a \cdot b = 1$ und a + b = 0, dann $b = \overline{a}$.
- **B.** Für alle $a, b \in B$ gilt a + ab = ab.
- **C.** Für alle $a, b \in B$ gilt $\overline{a+b} = \overline{a} + \overline{b}$.
- **D.** $\langle B; \cdot, 1 \rangle$ ist eine kommutative Gruppe.
- **E.** Für alle $a \in B$ gilt $a \cdot \overline{a} = 1$.
- **F.** Für alle $a, b \in B$ gilt $a + \overline{a}b = a + b$.

5. Betrachten Sie die folgende Wahrheitstabelle:

Welche der folgenden aussagenlogischen Formeln repräsentiert die oben angegebene Wahrheitstabelle über den Aussagenvariablen p und q nicht? (Hierbei repräsentiert p das erste und q das zweite Argument.)

- **A.** $\neg((p \land q \land \mathsf{True}) \lor (\neg p \land \neg q \land \neg p)).$
- **B.** $(p \land \neg q) \lor (q \land \neg p)$.
- C. $\neg (p \leftrightarrow q)$.
- **D.** $(p \lor q) \land (\neg p \lor \neg q)$.
- **E.** $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$.

2. Klausur Einführung in die Theoretische Informatik Seite 6 von 14

- **6.** Welche der folgenden Aussagen zu Normalformen einer aussagenlogischen Formel A ist falsch?
- **A.** Für Formel A existiert eine KNF K, sodass $A \equiv K$ gilt.
- **B.** Für A existiert eine DNF D, sodass $A \equiv D$ gilt.
- C. Sei f die Wahrheitsfunktion von A. Zur Berechnung der DNF von f konzentriert man sich auf die Argumente p_1, \ldots, p_n von f, sodass $f(p_1, \ldots, p_n) = \mathsf{T}$.
- **D.** Sei f die Wahrheitsfunktion von A. Zur Berechnung der KNF von f konzentriert man sich auf die Argumente p_1, \ldots, p_n von f, sodass $f(p_1, \ldots, p_n) = \mathsf{F}$.
- ${f E}.~$ Die Berechenbarkeit der KNF von A ist unentscheidbar.

7. Betrachten Sie die aussagenlogische Formel A:

c) Wandeln Sie die Formel A in eine disjunktive Normalform um.

$$(s \to t) \land (p \land q \to \neg p \lor \neg s)$$

a) Ist die Formel A erfüllbar? Begründen Sie Ihre Antwort! [4 Punkte]
b) Ist die Formel A eine Tautologie? Begründen Sie Ihre Antwort! [4 Punkte]
c) Wandeln Sie die Formel A in eine konjunktive Normalform um. [4 Punkte]

[4 Punkte]

8. Algebra: Sei E die folgende Menge von Gleichungen über der Signatur $\mathsf{F} = \{\cdot, +, 1, 0\}$, wobei die Stelligkeit von \cdot und + jeweils zwei und die Stelligkeit von 1 und 0 jeweils null ist.

$$0 = y$$

 $0 + 0 = 1$
 $1 + 1 = 1$

Zeigen Sie mit Hilfe der Regeln der Gleichungslogik, dass

$$E \vdash (0+0) \cdot 0 = (1+1) \cdot 1$$

gilt. [16 Punkte]

9. Gegeben sei die folgende Grammatik G mit Startsymbol STMT:

$$\begin{split} STMT \rightarrow ID := EXP \\ & | \text{ while } TEST \text{ do } STMT \text{ done } \\ & | \text{--}ID \\ & | STMT; STMT \\ TEST \rightarrow TERM \text{ neq } TERM \\ EXP \rightarrow TERM \mid EXP \text{ } TOP \text{ } TERM \\ TOP \rightarrow + | \text{-} \\ TERM \rightarrow ID \mid NAT \\ & ID \rightarrow CHAR \mid CHAR \text{ } ID \\ CHAR \rightarrow \text{a} \mid \ldots \mid \text{z} \mid \text{A} \mid \ldots \mid \text{Z} \\ & NAT \rightarrow DIGIT \mid DIGIT \text{ } NAT \\ & DIGIT \rightarrow 0 \mid \ldots \mid \text{9} \end{split}$$

Die Grammtik G beschreibt die Syntax einer einfachen Programmiersprache. Betrachten sie das Program P := while i neq 0 do --i; --i done. Zeigen Sie mittels rekursiver Inferenz, dass P Teil der Sprache L(G) ist. [16 Punkte]

10. Berechenbarkeitstheorie: Schreiben Sie das while-Programm P für eine Registermaschine $R_{\Sigma} = ((x_i)_{1 \leq i \leq 3}, P)$, welche die Summe der Zahlen von 0 bis n berechnet.

Die Zahl n steht am Beginn in Register x_1 . Das Programm soll das Ergebnis in Register x_2 schreiben. Verwenden Sie dazu das Hilfsprogramm $P_+(x_i, x_j, x_k)$. Wird P_+ mit den Werten (a, b, c) aufgerufen liefert es (a + b, b, 0) als Ergebnis. [16 Punkte]

ANSWERKEY FOR "version2"

Version 1: E E F F E E