1. Welche der folgenden Aussagen zu Registermaschinen ist falsch?

A. Alle Registermaschinenprogramme können mit nur drei Befehlen geschrieben werden.

B. Registermaschinenprogrammen sind deterministische Programme.

C. Registermaschinen sind Turing-vollständig.

D. Für jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, berechenbar auf einer RM R, existiert eine Turingmaschine M, sodass f M-berechenbar.

E. Jede Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die auf einer Turingmaschine berechenbar ist, ist auch auf einer RM berechenbar.

F. Jede RM kann in eine äquivalente kontextsensitive Grammatik umgewandelt werden.

---

2. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen ist falsch?

A. Sei L eine Sprache, die von einer TM akzeptiert wird. Dann ist L rekursiv aufzählbar.

B. Für jede Sprache L, die von einer rechtslinearen Grammatik akzeptiert wird, existiert eine TM, die L akzeptiert.

C. Jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die berechenbar auf einer TM ist, ist auf einer RM berechenbar.

D. Jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die berechenbar auf einer RM ist, ist auf einer TM berechenbar.

E. Jede TM kann in einen äquivalenten endlichen Automaten umgewandelt werden.

---

3. Welche der folgenden Anordnungen der Chomsky-Hierarchie ist falsch? Zur Erinnerung:

$\mathcal{L}_3$ = reguläre Sprachen
$\mathcal{L}_2$ = kontextfreie Sprachen
$\mathcal{L}_1$ = kontextsensitive Sprachen
$\mathcal{L}_0$ = rekursiv aufzählbare Sprachen
$\mathcal{L}$ = formale Sprachen

A. $\mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2 \subsetneq \mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_0 \subsetneq \mathcal{L}$

B. $\mathcal{L}_3 \neq \mathcal{L}_2 \neq \mathcal{L}_1 \neq \mathcal{L}_0 \neq \mathcal{L}$

C. $\mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_0 \subseteq \mathcal{L}$

D. $\mathcal{L}_3 \subsetneq \mathcal{L}_2 \subsetneq \mathcal{L}_1 \subsetneq \mathcal{L}_0 \subsetneq \mathcal{L}$

E. $\mathcal{L}_3 = \mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0 = \mathcal{L}$

---

4. Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen falsch, wenn $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, ^{-}, 0, 1\rangle$ eine Boolsche Algebra ist?

A. Für alle $a \in B$: $a + 0 = a$ und $a \cdot 0 = 0$.

B. Für alle $a \in B$: $a \cdot a = a$.

C. Für alle $a \in B$ gilt $\overline{\overline{a}} = a$.

D. Für alle $a, b \in B$, wenn $a + b = 1$ und $ab = 0$, dann $b = \overline{a}$.

E. Für alle $a, b \in B$ gilt $a(\overline{a} + b) = ab$.

F. Für alle $a, b \in B$ gilt $\overline{a + b} = \overline{a} + \overline{b}$.

---

5. Welche der folgenden Aussagen zur Algebra ist falsch?

A. Seien A, B Boolesche Ausdrücke und f, g ihre Booleschen Funktionen. Dann gilt $A \approx B$ gdw. $f = g$ in der Algebra der Boolschen Funktionen.

B. Die Algebra der Booleschen Funktionen ist eine Algebra.

C. Jede binäre Operation hat maximal ein neutrales Element.

D. Sei $\mathcal{B}$ eine Boolesche Algebra und sei B die Trägermenge von $\mathcal{B}$. Für alle $a \in B$ gilt $\overline{\overline{a}} = a$.

E. Jede Algebra ist auch eine Boolesche Algebra.

---

6. Betrachten Sie die folgende Wahrheitstabelle:

?	T	F
T	T	F
F	F	T

Stellen Sie die Wahrheitstabelle als aussagenlogische Formel über den Aussagenvariablen p und q dar, wobei p das erste und q das zweite Argument repräsentieren soll.

A. $\neg(p \vee \neg q) \rightarrow \mathsf{False}$.

B. $(\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge p)$.

C. $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$.

D. $p \wedge (p \vee q)$.

E. $\neg p \vee q$.

F. $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

---

7. Aussagenlogik: Prüfen Sie folgende aussagenlogische Formel mit Hilfe der Methode von Quine auf die Eigenschaften Erfüllbarkeit und Tautologie.

$$\neg t \wedge q \wedge p \rightarrow (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge t) \rightarrow \neg(s \wedge \neg s) \vee q \rightarrow q \vee p \rightarrow r \wedge (\neg q \vee r)$$

[16 Punkte]

---

8. Algebra: Sei $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, ^{-}, 0, 1 \rangle$ eine beliebige Boolesche Algebra. Zeigen Sie, dass folgende Gleichung für alle $a, b, c \in B$ gültig ist:

$$(a \cdot \overline{b}) + (a \cdot \overline{b + \overline{c}}) = a \cdot \overline{b} \quad .$$

Verwenden dürfen Sie dabei
(i) Axiome der Booleschen Algebra,
(ii) alle abgeleiteten Gesetze.

Erläutern Sie alle notwendigen Schritte im Detail! `[16 Punkte]`

---

9. Gegeben sei die folgende Grammatik $G = (\{S, T\}, \{1, 0, \mathtt{c}\}, R, S)$, wobei die Regeln wie folgt definiert sind:

$$S \to 0S01 \mid 0S10 \mid 1S01 \mid 1S10 \mid T\mathtt{c} \mid \mathtt{c}$$
$$T \to 1T \mid 0T \mid 1 \mid 0$$

Zeigen Sie mittels rekursiver Inferenz, dass das Wort 1001c1001 Teil der Sprache $L(G)$ ist. `[16 Punkte]`

---

10. Verifikation: Gegeben seien P, Q und R

(P) $x_1 := x_1 - 1;\ x_1 := x_1 - 1;\ x_1 := x_1 - 1$
(Q) $x_1 = 10$
(R) $is_prime(x_1)$

wobei das Prädikatensymbol $is_prime(x)$ wahr ist, wenn x eine Primzahl ist. Zeigen Sie, dass das `while`-Programm P in Bezug auf die Vorbedingung Q und die Nachbedingung R partiell korrekt ist. Verwenden Sie also die Regeln aus dem Skriptum, um das Hoare-Tripel $\{Q\}\ P\ \{R\}$ abzuleiten. `[16 Punkte]`

ANSWERKEY FOR "versionU"

```
Version 1:  F  E  E  F  E  F
```