7. *Lösung.* 1.

$$\begin{aligned}(\neg b \wedge (\neg c \vee a) \wedge (\neg c \vee b)) \vee c &\equiv \\ (\neg b \vee c) \wedge (\neg c \vee a \vee c) \wedge (\neg c \vee b \vee c) &\equiv \\ (\neg b \vee c) \wedge \mathsf{True} \wedge \mathsf{True} &\equiv \neg b \vee c\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}((\neg a \wedge b) \vee c) \vee (a \wedge \neg b) &\equiv \\ (\neg a \wedge b) \vee c \vee (a \wedge \neg b) &\equiv \\ ((\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)) \vee c &\equiv \\ ((\neg a \vee (a \wedge \neg b)) \wedge (b \vee (a \wedge \neg b))) \vee c &\equiv \\ (((\neg a \vee a) \wedge (\neg a \vee \neg b)) \wedge ((b \vee a) \wedge (b \vee \neg b))) \vee c &\equiv \\ (\mathsf{True} \wedge (\neg a \vee \neg b) \wedge (b \vee a) \wedge \mathsf{True}) \vee c &\equiv \\ ((b \vee a) \wedge (\neg a \vee \neg b)) \vee c &\equiv \\ (b \vee a \vee c) \wedge (\neg a \vee \neg b \vee c) &\equiv 3.\end{aligned}$$

Resultat: Formeln 2. und 3. sind äquivalent. Formel 1 ist nicht äquivalent zu den Anderen, da der Wahrheitswert von 1. nur von b und c abhängt, nicht aber von a. Oder per Gegenbeispiel: $v(a) = \mathsf{False}$ und $v(b) = \mathsf{True}$, c beliebig.

□

8. *Lösung.* Ein Beweisbaum für $\{\mathsf{f}(\mathsf{a}, x) = \mathsf{g}(x), \mathsf{f}(x, \mathsf{b}) = \mathsf{h}(x)\} \vdash \mathsf{g}(\mathsf{b}) = \mathsf{h}(\mathsf{a})$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\mathsf{f}(\mathsf{a},x) = \mathsf{g}(x) \in E}{E \vdash \mathsf{f}(\mathsf{a},x) = \mathsf{g}(x)}\,(\text{a})}{E \vdash \mathsf{g}(x) = \mathsf{f}(\mathsf{a},x)}\,(\text{s})}{E \vdash \mathsf{g}(\mathsf{b}) = \mathsf{f}(\mathsf{a},\mathsf{b})}\,(\text{i}, x \to \mathsf{b}) \qquad \dfrac{\dfrac{\mathsf{f}(x,\mathsf{b}) = \mathsf{h}(x) \in E}{E \vdash \mathsf{f}(x,\mathsf{b}) = \mathsf{h}(x)}\,(\text{a})}{E \vdash \mathsf{f}(\mathsf{a},\mathsf{b}) = \mathsf{h}(\mathsf{a})}\,(\text{i}, x \to \mathsf{a})}{E \vdash \mathsf{g}(\mathsf{b}) = \mathsf{h}(\mathsf{a})}\,(\text{t})$$

□

Die Inferenzregeln der Gleichungslogik finden Sie im Skriptum.

9. *Lösung.*

a)

$$S \to \mathsf{a}S\mathsf{b} \mid \mathsf{b}S \mid S\mathsf{a} \mid \mathsf{c}S \mid S\mathsf{c} \mid \mathsf{c}$$

b)

$$S \to \mathsf{a}S B\mathsf{c} \to \mathsf{aabc}B\mathsf{c} \to \mathsf{aab}B\mathsf{cc} \to \mathsf{aabbcc}$$

□

10. *Lösung.*

```
while x3 ≠ 0 do
   x3 := x3 − 1
end;
while x1 ≠ 0 do
   x1 := x1 − 1;
   x3 := x3 + 1
end;
while x2 ≠ 0 do
   x2 := x2 − 1;
   x1 := x1 + 1
end;
while x3 ≠ 0 do
   x3 := x3 − 1;
   x2 := x2 + 1
end
```

□