

7. Lösung. 1.

$$\begin{aligned} & (\neg a \wedge (\neg c \vee b) \wedge (\neg c \vee a)) \vee c \equiv \\ & (\neg a \vee c) \wedge (\neg c \vee b \vee c) \wedge (\neg c \vee a \vee c) \equiv \\ & (\neg a \vee c) \wedge \mathbf{True} \wedge \mathbf{True} \equiv \neg a \vee c \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} & ((\neg b \wedge a) \vee c) \vee (b \wedge \neg a) \equiv \\ & (\neg b \wedge a) \vee c \vee (b \wedge \neg a) \equiv \\ & ((\neg b \wedge a) \vee (b \wedge \neg a)) \vee c \equiv \\ & ((\neg b \vee (b \wedge \neg a)) \wedge (a \vee (b \wedge \neg a))) \vee c \equiv \\ & (((\neg b \vee b) \wedge (\neg b \vee \neg a)) \wedge ((a \vee b) \wedge (a \vee \neg a))) \vee c \equiv \\ & (\mathbf{True} \wedge (\neg b \vee \neg a) \wedge (a \vee b) \wedge \mathbf{True}) \vee c \equiv \\ & ((a \vee b) \wedge (\neg b \vee \neg a)) \vee c \equiv \\ & (a \vee b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg a \vee c) \equiv 3. \end{aligned}$$

Resultat: Formeln 2. und 3. sind äquivalent. Formel 1 ist nicht äquivalent zu den Anderen, da der Wahrheitswert von 1. nur von a und c abhängt, nicht aber von b . Oder per Gegenbeispiel: $v(a) = \mathbf{True}$ und $v(b) = \mathbf{False}$, c beliebig.

□

8. Lösung. Ein Beweisbaum für $\{f(x, y) = f(y, x), g(x) = f(x, a)\} \vdash f(a, x) = g(x)$

$$\frac{\frac{\frac{f(x, y) = f(y, x) \in E}{E \vdash f(x, y) = f(y, x)} \text{ (a)}}{E \vdash f(a, x) = f(x, a)} \text{ (i, } x \rightarrow a, y \rightarrow x \text{)}}{f(a, x) = g(x)} \quad \frac{\frac{\frac{g(x) = f(x, a) \in E}{E \vdash g(x) = f(x, a)} \text{ (a)}}{E \vdash f(x, a) = g(x)} \text{ (s)}}{f(a, x) = g(x)} \text{ (t)}$$

□

Die Inferenzregeln der Gleichungslogik finden Sie im Skriptum.

9. Lösung.

a)

$$S \rightarrow cSa \mid aS \mid Sc \mid bS \mid Sb \mid b$$

b)

$S \rightarrow bSAc \rightarrow bbacAc \rightarrow bbaAcc \rightarrow bbacc$

□

10. *Lösung.*

```
while  $x_3 \neq 0$  do
   $x_3 := x_3 - 1$ 
end;
while  $x_1 \neq 0$  do
   $x_1 := x_1 - 1$ ;
   $x_3 := x_3 + 1$ 
end;
while  $x_2 \neq 0$  do
   $x_2 := x_2 - 1$ ;
   $x_3 := x_3 + 1$ 
end
```

□