1. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen ist falsch?

A. Sei L eine Sprache, die von einer TM akzeptiert wird. Dann ist L rekursiv aufzählbar.

B. Für jede Sprache L, die von einer rechtslinearen Grammatik akzeptiert wird, existiert eine TM, die L akzeptiert.

C. Jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die berechenbar auf einer TM ist, ist auf einer RM berechenbar.

D. Jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die berechenbar auf einer RM ist, ist auf einer TM berechenbar.

E. Jede TM kann in einen äquivalenten endlichen Automaten umgewandelt werden.

---

2. Betrachten Sie die formalen Sprachen $L = \{\epsilon, 0, 10, 100, 110\}$, $M = \{1, 11, 101, 111\}$ und $N = \{0, 1\}^*$. Was ist $(L \cap M) \cup N$?

A. $(L \cap M) \cup N = \{\epsilon\}$

B. $(L \cap M) \cup N = \{\epsilon, 1, 11, 101, 111\}$

C. $(L \cap M) \cup N = \{\epsilon, 0, 10, 100, 110\}$

D. $(L \cap M) \cup N = \varnothing$

E. $(L \cap M) \cup N = \{0, 1\}^*$

---

3. Betrachten Sie die folgende Grammatik $G = (\{S\}, \{0, 1\}, R, S)$, wobei die Regeln R wie folgt gegeben:

$$S \to \epsilon \mid 00S$$

Welchen Typ hat diese Grammatik?

A. Die Grammatik ist nicht rekursiv aufzählbar.

B. Die Grammatik ist rekursiv aufzählbar, aber nicht kontextsensitiv.

C. Die Grammatik ist kontextsensitiv, aber nicht kontextfrei.

D. Die Grammatik ist kontextfrei, aber nicht rechtslinear.

E. Die Grammatik ist rechtslinear.

---

4. Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen falsch, wenn $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, ^{-}, 0, 1 \rangle$ eine Boolsche Algebra ist?

A. Für alle $a \in B$: $a \cdot 0 = 0$ und $a + 0 = a$.

B. Für alle $a \in B$: $a + a = a$.

C. Es gilt also für alle $a, b, c \in B$: $(a \cdot b) + c = (a + c) \cdot (b + c)$.

D. Für alle $a, b \in B$: $a \cdot b = b \cdot a$.

E. $\langle B; +, 0 \rangle$ ist ein Monoid.

F. Für alle $a \in B$ gilt $a \cdot \overline{a} = 1$.

---

5. Betrachten Sie die folgende Wahrheitstabelle:

?	T	F
T	T	F
F	F	T

Stellen Sie die Wahrheitstabelle als aussagenlogische Formel über den Aussagenvariablen p und q dar, wobei p das erste und q das zweite Argument repräsentieren soll.

A. $\neg(p \lor \neg q) \to \mathsf{False}$.

B. $(\neg p \land q) \lor (\neg q \land p)$.

C. $(p \land q) \lor (p \land \neg q)$.

D. $p \land (p \lor q)$.

E. $\neg p \lor q$.

F. $(p \to q) \land (q \to p)$

---

6. Welche der folgenden Äquivalenzen von propositionalen Formeln gilt nicht?

A. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$.

B. $p \vee \neg p \equiv \mathsf{True}$.

C. $p \vee p \equiv p$.

D. $p \rightarrow \mathsf{False} \equiv \neg p$.

E. $\neg\neg p \equiv p$.

F. $p \wedge (p \vee q) \equiv \neg p$.

---

7. Verifikation: Gegeben seien P, Q und R

(P) $x_1 := x_1 - 1;\ x_1 := x_1 - 1;\ x_1 := x_1 - 1$
(Q) $x_1 = 10$
(R) $is\_prime(x_1)$

wobei das Prädikatensymbol $is\_prime(x)$ wahr ist, wenn x eine Primzahl ist. Zeigen Sie, dass das `while`-Programm P in Bezug auf die Vorbedingung Q und die Nachbedingung R partiell korrekt ist. Verwenden Sie also die Regeln aus dem Skriptum, um das Hoare-Tripel $\{Q\}\ P\ \{R\}$ abzuleiten. `[16 Punkte]`

---

8. Algebra: Sei E die folgende Menge von Gleichungen über der Signatur $\mathsf{F} = \{+, \mathsf{s}, \mathsf{0}\}$, wobei die Stelligkeit von $+$ zwei, die Stelligkeit von s eins und die Stelligkeit von $\mathsf{0}$ null ist.

$$0{+}x = x$$
$$\mathsf{s}(x){+}y = \mathsf{s}(x{+}y)$$

Zeigen Sie mit Hilfe der Regeln der Gleichungslogik, dass

$$E \vdash \mathsf{s}(\mathsf{s}(\mathsf{0}) + \mathsf{s}(\mathsf{0})) = \mathsf{s}(\mathsf{s}(\mathsf{s}(\mathsf{0})))$$

gilt. `[16 Punkte]`

---

9. Formale Sprachen:

a) Es sei die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$ gegeben:

$$L = \{x \mid x \in \Sigma^* \textit{enthält eine ungerade Anzahl } \mathtt{b}\}$$

Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G für die Sprache L an. [8 Punkte]

b) Gegeben sei die beschränkte Grammatik $G = (\{\mathsf{S}, \mathsf{B}\}, \{a, b\}, R, \mathsf{S})$, wobei die Regeln R wie folgt definiert sind:

$$\mathsf{S} \to a\mathsf{S} \mid \mathsf{B} \mid b\mathsf{S}$$
$$a\mathsf{B} \to ab$$
$$b\mathsf{S} \to b\mathsf{S}b$$
$$\mathsf{S}b \to aa$$

Geben Sie eine Ableitung für den String *baa* an. [8 Punkte]

10. Berechenbarkeitstheorie: Schreiben Sie das `while`-Programm P für eine Registermaschine $R_{pot2} = ((x_i)_{1 \leqslant i \leqslant 6}, P)$, welche die n-te Potenz von 2 berechnet.

Die Zahl n steht am Beginn in Register x_1. Das Programm soll das Ergebnis in Register x_2 schreiben. Verwenden Sie dazu das Hilfsprogramm $P_\times(x_i, x_j, x_k, x_l, x_m)$. Wird $P_\times$ mit den Werten (a, b, c, d, e) aufgerufen liefert es $(a \times b, b, a, 0, 0)$ als Ergebnis. `[16 Punkte]`

ANSWERKEY FOR “version2G”

```
Version 1:  E  E  E  F  F  F
```