7. *Lösung.* a) Die Formel A ist erfüllbar. Eine erfüllende Belegung ist $\mathsf{v}(p) = \mathsf{v}(q) = \mathsf{v}(s) = \mathsf{v}(t) = \mathsf{F}$.

 b) Die Formel A ist keine Tautologie. Mit $\mathsf{v}(p) = \mathsf{v}(q) = \mathsf{v}(s) = \mathsf{T}$, $\mathsf{v}(t) = \mathsf{F}$ gilt $\bar{\mathsf{v}}(A) = \mathsf{F}$.

 c) Um die KNF, DNF der Formel A anzugeben, wird zunächst die Menge der Argumentsequenzen $\mathsf{TV}(A)$ bestimmt:

$$\begin{aligned}\mathsf{TV}(A) = \{&(\mathsf{T},\mathsf{T},\mathsf{F},\mathsf{T}),(\mathsf{T},\mathsf{T},\mathsf{F},\mathsf{F}),(\mathsf{T},\mathsf{F},\mathsf{T},\mathsf{T}),(\mathsf{T},\mathsf{F},\mathsf{F},\mathsf{T}),(\mathsf{T},\mathsf{F},\mathsf{F},\mathsf{F}),\\ &(\mathsf{F},\mathsf{T},\mathsf{T},\mathsf{T}),(\mathsf{F},\mathsf{T},\mathsf{F},\mathsf{T}),(\mathsf{F},\mathsf{T},\mathsf{F},\mathsf{F}),(\mathsf{F},\mathsf{F},\mathsf{T},\mathsf{T}),(\mathsf{F},\mathsf{F},\mathsf{F},\mathsf{T}),\\ &(\mathsf{F},\mathsf{F},\mathsf{F},\mathsf{F})\}\ .\end{aligned}$$

 Aus der Menge $\mathsf{TV}(A)$ läßt sich die folgende KNF bestimmen:

$$\begin{gathered}(\neg p \lor \neg q \lor \neg s \lor \neg t) \land (\neg p \lor \neg q \lor \neg s \lor t) \land \\ \land (\neg p \lor q \lor \neg s \lor t) \land (p \lor \neg q \lor \neg s \lor t) \land (p \lor q \lor \neg s \lor t)\end{gathered}$$

 d) Aus der Menge $\mathsf{TV}(A)$ läßt sich die DNF wie folgt bestimmen:

$$\begin{gathered}(p \land q \land \neg s \land t) \lor (p \land q \land \neg s \land \neg t) \lor (p \land \neg q \land s \land t) \lor (p \land \neg q \land \neg s \land t) \lor \\ \lor (p \land \neg q \land \neg s \land \neg t) \lor (\neg p \land q \land s \land t) \lor (\neg p \land q \land \neg s \land t) \lor \\ \lor (\neg p \land q \land \neg s \land \neg t) \lor (\neg p \land \neg q \land s \land t) \lor (\neg p \land \neg q \land \neg s \land t) \lor \\ \lor (\neg p \land \neg q \land \neg s \land \neg t)\ .\end{gathered}$$

□

8. *Lösung.*

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{1+1=1\in E}{E\vdash 1+1=1}\,\mathrm{d} \qquad \dfrac{\dfrac{0+0=1\in E}{E\vdash 0+0=1}\,\mathrm{d}}{E\vdash 1=0+0}\,\mathrm{b}}{E\vdash 0+0=1+1}\,\mathrm{c} \qquad \dfrac{\dfrac{0=y\in E}{E\vdash 0=y}\,\mathrm{d}}{E\vdash 0=1}\,\mathrm{e},\sigma}{E\vdash (0+0)\cdot 0=(1+1)\cdot 1}\,\mathrm{f}$$

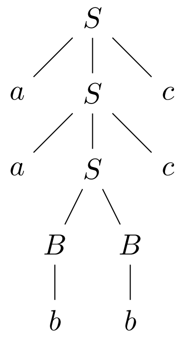
Mit der Substitution $\sigma = \{y \mapsto 1\}$.

□

9. *Lösung.* a) $L(G) = \{a^n c^n \mid n \geqslant 0\} \cup \{a^n bbc^n \mid n \geqslant 0\}$

 b) $S \underset{\ell}{\Rightarrow} aSc \underset{\ell}{\Rightarrow} aaScc \underset{\ell}{\Rightarrow} aaBBcc \underset{\ell}{\Rightarrow} aabBcc \underset{\ell}{\Rightarrow} aabbcc$

c)



d) Ja, weil das Wort 0 durch verschiedene Linksableitungen erzeugt werden kann: $S \underset{\ell}{\Rightarrow} 0$ oder $S \underset{\ell}{\Rightarrow} SS \underset{\ell}{\Rightarrow} S \underset{\ell}{\Rightarrow} 0$.

$\square$

10. *Lösung.*

a) Ja.

b)

$$\begin{aligned}
&(s, \vdash \mathsf{abb}\sqcup^{\infty}, 0) \xrightarrow[M]{1} (s, \vdash \mathsf{abb}\sqcup^{\infty}, 1) \xrightarrow[M]{1} (p, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^{\infty}, 2) \xrightarrow[M]{*} \\
&(p, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^{\infty}, 4) \xrightarrow[M]{1} (q, \vdash\vdash \mathsf{bb}\sqcup^{\infty}, 3) \xrightarrow[M]{1} \\
&(u, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^{\infty}, 2) \xrightarrow[M]{*} (u, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^{\infty}, 1) \xrightarrow[M]{1} \\
&(s, \vdash\vdash \mathsf{b}\sqcup^{\infty}, 2)\ .
\end{aligned}$$

c) $\mathsf{L}(M) = \{\mathsf{a}^n\mathsf{b}^n \mid n \geqslant 0\}$.

$\square$