7. *Lösung.*

$$\begin{aligned} b &= \underline{b \cdot 1} \\ &= b \cdot (a + \overline{a}) \\ &= \underline{b \cdot a + b \cdot \overline{a}} \\ &= \underline{a \cdot b + b \cdot \overline{a}} \\ &= \underline{0 + b \cdot \overline{a}}, \text{ da } a \cdot b = 0 \\ &= \underline{a \cdot \overline{a} + b \cdot \overline{a}} \\ &= (a + b) \cdot \overline{a} \\ &= \underline{1 \cdot \overline{a}}, \text{ da } \underline{a + b = 1} \\ &= \overline{a} \end{aligned}$$

Ja, die binäre Algebra ist eine Boolesche Algebra und somit gilt die Eindeutigkeit des Komplements.

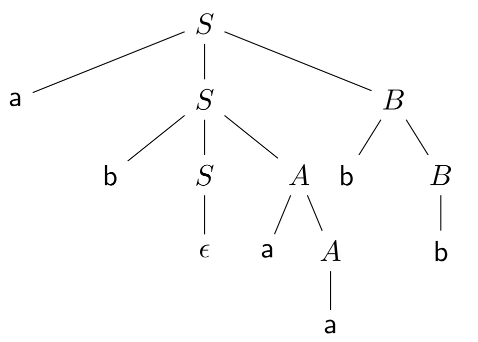
□

8. *Lösung.*

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\mathsf{b} = x \in E}{E \vdash \mathsf{b} = x}\,(\text{ a })}{E \vdash x = \mathsf{b}}\,(\text{ s }) \qquad \dfrac{}{\mathsf{a} = \mathsf{a}}\,(\text{ r })}{E \vdash \mathsf{f}(x, \mathsf{a}) = \mathsf{f}(\mathsf{b}, \mathsf{a})}\,(\text{ k }) \qquad \dfrac{\dfrac{\mathsf{f}(x, \mathsf{a}) = \mathsf{g}(\mathsf{a}, x) \in E}{E \vdash \mathsf{f}(x, \mathsf{a}) = \mathsf{g}(\mathsf{a}, x)}\,(\text{ a })}{E \vdash \mathsf{f}(\mathsf{b}, \mathsf{a}) = \mathsf{g}(\mathsf{a}, \mathsf{b})}\,(\text{ i,}\{x \to \mathsf{b}\}\text{ })}{E \vdash \mathsf{f}(x, \mathsf{a}) = \mathsf{g}(\mathsf{a}, \mathsf{b})}\,(\text{ t })$$

□

9. *Lösung.* a)



b) G_1 ist nicht eindeutig, da es zum Beispiel für das Wort aabbb zwei unterschiedliche Linksableitungen gibt.
$S \Rightarrow \mathsf{a}SB \Rightarrow \mathsf{aa}SBB \Rightarrow \mathsf{aa}BB \Rightarrow \mathsf{aab}B \Rightarrow \mathsf{aabb}B \Rightarrow \mathsf{aabbb}$ $S \Rightarrow \mathsf{a}SB \Rightarrow \mathsf{aa}SBB \Rightarrow \mathsf{aa}BB \Rightarrow \mathsf{aab}BB \Rightarrow \mathsf{aabb}B \Rightarrow \mathsf{aabbb}$

c) $G_2 = (\{S\}, \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}\}, R, S)$, wobei die Regeln R wie folgt definiert sind:

$$S \Rightarrow \mathsf{a}S\mathsf{bb} \mid \mathsf{c}$$

$\square$

10. *Lösung.*

$$
\dfrac{
\dfrac{
\dfrac{
\dfrac{}{\{x_1+1+x_2-1=b\}\ x_2:=x_2-1\ \{x_1+1+x_2=b\}}\,[\mathrm{z}]
}{\{x_1+x_2=b\wedge x_2\neq 0\}\ x_2:=x_2-1\ \{x_1+x_2=b-1\}}\,[\mathrm{a}]^2
\qquad
\dfrac{
\dfrac{}{\{x_1+1+x_2=b\}\ x_1:=x_1+1\ \{x_1+x_2=b\}}\,[\mathrm{z}]
}{\{x_1+x_2=b-1\}\ x_1:=x_1+1\ \{x_1+x_2=b\}}\,[\mathrm{a}]^{\equiv}
}{\{x_1+x_2=b\wedge x_2\neq 0\}\ x_2:=x_2-1; x_1:=x_1+1\ \{x_1+x_2=b\}}\,[\mathrm{s}]
}{
\dfrac{\{x_1+x_2=b\}\ \mathsf{while}\ x_2\neq 0\ \mathsf{do}\ x_2:=x_2-1; x_1:=x_1+1\ \mathsf{end}\ \{x_1+x_2=b\wedge x_2=0\}}{\{x_1=0\wedge x_2=b\}\ \mathsf{while}\ x_2\neq 0\ \mathsf{do}\ x_2:=x_2-1; x_1:=x_1+1\ \mathsf{end}\ \{x_1=b\}}\,[\mathrm{a}]^1
}\,[\mathrm{w}]
$$

[1] mit $(x_1=0\wedge x_2=b)\models(x_1+x_2=b)$ und
$(x_1+x_2=b\wedge x_2=0)\models(x_1=b)$

[2] mit $(x_1+x_2=b\wedge x_2\neq 0)\models(x_1+1+x_2-1=b)$

$\square$