

7. *Lösung.* a) Die Formel ist erfüllbar aber keine Tautologie. Dies kann durch Angabe zweier Belegungen v , sodass der Wahrheitswert der Formel einmal T und einmal F ist, gezeigt werden. Mit $v(p) = F$ und $v(r) = v(s) = v(q) = T$ hat die angegebene Formel den Wahrheitswert F. Mit allen anderen Belegungen hat sie den Wahrheitswert T.

b) Es handelt sich hier um das zweite Absorptionsgesetz für die Konjunktion. Es kann z.B. durch das Aufstellen von Wahrheitstablen nachgewiesen werden.

□

8. *Lösung.* a) Wir definieren die rechtslineare Grammatik $G = (\{S, U\}, \{a, b\}, R, S)$ mit folgenden Regeln:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \epsilon \mid aU \mid bS \\ U &\rightarrow aS \mid bU \end{aligned}$$

b)

$$\underline{S} \rightarrow a\underline{S} \rightarrow ab\underline{S} \rightarrow aba\underline{S} \rightarrow aba\underline{B} \rightarrow abab$$

□

9. *Lösung.* Eine IF-THEN-Instruktion kann mit zwei verschachtelten Schleifen implementiert werden.

```
WHILE x_i != 0 DO
  P;
  WHILE x_i != 0 DO
    x_i := x_i - 1
  END
END
END
```

□

10. *Lösung.*

$$\frac{\frac{\frac{\{C\} x_1 := x_1 - 1 \{A\}}{\{I \wedge x_1 \neq 0\} x_1 := x_1 - 1 \{A\}} [z]}{[a]} \quad \frac{\frac{\{A\} x_2 := x_2 + 1 \{B\}}{\{A\} x_2 := x_2 + 1; x_2 := x_2 + 1 \{I\}} [z]}{[s]} \quad \frac{\{B\} x_2 := x_2 + 1 \{I\}}{[s]}}{\frac{\{I \wedge x_1 \neq 0\} x_1 := x_1 - 1; x_2 := x_2 + 1; x_2 := x_2 + 1 \{I\}}{\{I\} P \{I \wedge x_1 = 0\}} [w]} [a]} \quad \frac{\{Q\} P \{R\}}{[a]}$$

(I)	$2 \cdot x_1 + x_2 = 2 \cdot m + n$	$Q \models I$
(A)	$2 \cdot x_1 + x_2 = 2 \cdot m + n - 2$	$I \wedge x_1 = 0 \models R$
(B)	$2 \cdot x_1 + x_2 = 2 \cdot m + n - 1$	$I \wedge x_1 \neq 0 \models C$
(C)	$2 \cdot (x_1 - 1) + x_2 = 2 \cdot m + n - 2$	$A \cdot \{x_1 \mapsto x_1 - 1\} \equiv C$
	$B \cdot \{x_2 \mapsto x_2 + 1\} \equiv A$	$I \cdot \{x_2 \mapsto x_2 + 1\} \equiv B$

□