

1. Welche der folgenden Äquivalenzen von propositionalen Formeln gilt nicht?

---

A.  $p \vee (q \wedge r) \approx (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ .

B.  $p \vee \neg p \approx \text{True}$ .

C.  $p \vee p \approx p$ .

D.  $p \rightarrow \text{False} \approx \neg p$ .

E.  $\neg\neg p \approx p$ .

F.  $p \wedge (p \vee q) \approx \neg p$ .

---

2. Betrachten Sie die formalen Sprachen  $L = \{\epsilon, ca, aba\}$ ,  $M = \{a, b, c\}$  und  $N = \{a, b, c\}^*$ . Was ist  $(LM) \cap N$ ?

---

- A.  $(LM) \cap N = \{a, b, c\}^*$
  - B.  $(LM) \cap N = \emptyset$
  - C.  $(LM) \cap N = \{\epsilon, a, b, c, caa, cac, abac\}$
  - D.  $(LM) \cap N = \{caa, cab, cac, abaa, abab, abac\}$
  - E.  $(LM) \cap N = \{\epsilon, a, b, c, caa, cab, cac, abaa, abab, abac\}$
  - F.  $(LM) \cap N = \{a, b, c, caa, cab, cac, abaa, abab, abac\}$
-

3. Welche der folgenden Aussagen ist immer richtig, wenn  $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, \bar{\phantom{x}}, 0, 1 \rangle$  eine Boolesche Algebra ist?

---

A. Für alle  $a, b \in B$ , wenn  $a \cdot b = 1$  und  $a + b = 0$ , dann  $b = \bar{a}$ .

B. Für alle  $a, b \in B$  gilt  $a + ab = ab$ .

C. Für alle  $a, b \in B$  gilt  $\overline{a + b} = \bar{a} + \bar{b}$ .

D.  $\langle B; \cdot, 1 \rangle$  ist eine kommutative Gruppe.

E. Für alle  $a \in B$  gilt  $a \cdot \bar{a} = 1$ .

F. Für alle  $a, b \in B$  gilt  $a + \bar{a}b = a + b$ .

---

4. Betrachten Sie die folgende Wahrheitstabelle:

?	T	F
T	F	T
F	T	F

Welche der folgenden aussagenlogischen Formeln repräsentiert die oben angegebene Wahrheitstabelle über den Aussagenvariablen  $p$  und  $q$  *nicht*? (Hierbei repräsentiert  $p$  das erste und  $q$  das zweite Argument.)

---

A.  $\neg((p \wedge q \wedge \text{True}) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg p))$ .

B.  $(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$ .

C.  $\neg(p \leftrightarrow q)$ .

D.  $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .

E.  $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$ .

---

5. Betrachten Sie die folgende Grammatik  $G = (\{F, W, V\}, \Sigma, R, F)$ , wobei

$$\Sigma := \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, (, ), \text{False}, \text{True}, p, q, r\}$$

und die Regeln  $R$  wie folgt gegeben:

$$F \rightarrow V \mid W \mid \neg F \mid (F \wedge F) \mid (F \vee F) \mid (F \rightarrow F)$$

$$W \rightarrow \text{True} \mid \text{False}$$

$$V \rightarrow p \mid q \mid r$$

Welchen Typ hat diese Grammatik?

---

- A. Die Grammatik ist nicht beschränkt.
  - B. Die Grammatik ist nicht kontextsensitiv.
  - C. Die Grammatik ist beschränkt, aber nicht kontextfrei.
  - D. Die Grammatik ist kontextsensitiv, aber nicht kontextfrei.
  - E. Die Grammatik ist rechtslinear.
  - F. Die Grammatik ist kontextfrei, aber nicht rechtslinear.
-

6. Welches der folgenden klassischen Probleme der Informatik ist entscheidbar?

---

- A. Gegeben eine kontextfreie Grammatik  $G$ . Gibt es ein Wort  $x \in L(G)$ , sodass für  $x$  zwei verschiedene Linksableitungen existieren?
  - B. Gegeben zwei Listen von Wörtern  $x_1, \dots, x_n$  und  $y_1, \dots, y_n$ . Existieren Indices  $i_1, \dots, i_m$ , sodass  $x_{i_1} \cdots x_{i_m} = y_{i_1} \cdots y_{i_m}$ ?
  - C. Das uniforme Halteproblem für Turingmaschinen. Das *uniforme* Halteproblem ist das Problem, ob ein gegebenes Programm auf jeder beliebigen Eingabe hält.
  - D. Gegeben ein beliebiges Programm  $P$ , ist  $P$  ein "hello, world"-Programm?
  - E. Das Halteproblem für die eingeschränkte Klasse von Turingmaschinen, die den Inhalt des unendlichen Bandes lesen, nicht aber verändern dürfen.
-

**7. Algebra:** Sei  $\mathcal{B}$  eine Boolesche Algebra mit der Trägermenge  $B$ . Zeigen Sie, dass für alle  $a, b \in B$  die Eindeutigkeit des Komplements gilt:

$$\text{Wenn } a + b = 1 \text{ und } a \cdot b = 0, \text{ dann } b = \sim (a)$$

Ergänzen Sie dazu den folgenden Beweis:

[14 Punkte]

$$\begin{aligned}
 b &= \underline{\hspace{4cm}} \\
 &= b \cdot (a + \sim (a)) \\
 &= \underline{\hspace{4cm}} \\
 &= \underline{\hspace{4cm}} \\
 &= \underline{\hspace{4cm}}, \text{ da } a \cdot b = 0 \\
 &= \underline{\hspace{4cm}} \\
 &= (a + b) \cdot \sim (a) \\
 &= \underline{\hspace{4cm}}, \text{ da } \underline{\hspace{4cm}} \\
 &= \sim (a)
 \end{aligned}$$

Gilt die gezeigte Aussage auch für die binäre Algebra?

[2 Punkte]





**8. Algebra:** Sei  $E$  die folgende Menge von Gleichungen über der Signatur  $F = \{a, b, f, g\}$ , wobei  $a$  und  $b$  die Stelligkeit 0, und  $f$  und  $g$  die Stelligkeit 2 haben:

$$\begin{aligned}b &\approx x \\ f(x, a) &\approx g(a, x)\end{aligned}$$

Zeigen Sie mit Hilfe der Regeln der Gleichungslogik, dass

$$E \vdash f(x, a) = g(a, b)$$

gilt.

---



**9. Formale Sprachen:** Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik  $G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, R, S)$ , wobei die Regeln  $R$  wie folgt definiert sind:

$$S \rightarrow aSB \mid bSA \mid \epsilon$$

$$A \rightarrow a \mid aA$$

$$B \rightarrow b \mid bB$$

- a) Geben Sie einen Syntaxbaum in Bezug auf  $G_1$  für das Wort  $abaabb$  an. [4 Punkte]
- b) Ist die Grammatik  $G_1$  eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort. [4 Punkte]
- c) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G_2$  für die Sprache  $\{a^n cb^{2n} \mid n \geq 0\}$  an. [8 Punkte]
-



**10. Verifikation:** Gegeben seien  $P$ ,  $Q$  und  $R$

( $P$ ) **while**  $x_2 \neq 0$  **do**  $x_2 := x_2 - 1; x_1 := x_1 + 1$  **end**

( $Q$ )  $x_1 = 0, x_2 = b$

( $R$ )  $x_1 = b$

Zeigen Sie, dass das **while**-Programm  $P$  in Bezug auf die Vorbedingung  $Q$  und die Nachbedingung  $R$  partiell korrekt ist. Verwenden Sie also die Regeln aus dem Skriptum, um das Hoare-Tripel  $\{Q\} P \{R\}$  abzuleiten. [16 Punkte]

---



## ANSWERKEY FOR "version3"

Version 1: F F F E F E