1. Welche der folgenden Aussagen zu Turingmaschinen ist falsch?

A. Sei L eine Sprache, die von einer TM akzeptiert wird. Dann ist L rekursiv aufzählbar.

B. Für jede Sprache L, die von einer rechtslinearen Grammatik akzeptiert wird, existiert eine TM, die L akzeptiert.

C. Jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die berechenbar auf einer TM ist, ist auf einer RM berechenbar.

D. Jede partielle Funktion $f\colon \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$, die berechenbar auf einer RM ist, ist auf einer TM berechenbar.

E. Jede TM kann in einen äquivalenten endlichen Automaten umgewandelt werden.

---

2. Betrachten Sie die folgende Grammatik $G = (\{F, W\}, \Sigma, R, F)$, wobei

$$\Sigma := \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, (,), \mathsf{False}, \mathsf{True}, p, q, r, u\}$$

und die Regeln R wie folgt gegeben:

$$\begin{aligned} F &\rightarrow W \mid (F \wedge F) \mid (F \vee F) \mid (F \rightarrow F) \\ W &\rightarrow p \mid q \mid r \mid u \mid \mathsf{True} \end{aligned}$$

Welche Klasse hat diese Grammatik?

A. Die Grammatik ist nicht beschränkt.

B. Die Grammatik ist nicht kontextsensitiv.

C. Die Grammatik ist beschränkt, aber nicht kontextfrei.

D. Die Grammatik ist kontextsensitiv, aber nicht kontextfrei.

E. Die Grammatik ist rechtslinear.

F. Die Grammatik ist kontextfrei, aber nicht rechtslinear.

---

3. Betrachten Sie die formalen Sprachen $L = \{\epsilon, 0, 10, 100, 110\}$, $M = \{1, 11, 101, 111\}$ und $N = \{0, 1\}^*$. Was ist $(L \cup M) \cap N$?

A. $(L \cup M) \cap N = \varnothing$

B. $(L \cup M) \cap N = \{\epsilon, 1, 11, 101, 111\}$

C. $(L \cup M) \cap N = \{\epsilon, 0, 10, 100, 110\}$

D. $(L \cup M) \cap N = \{0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111\}$

E. $(L \cup M) \cap N = \{\epsilon, 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111\}$

---

4. Sei $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, \sim, 0, 1\rangle$ eine Boolsche Algebra und sei $F = x_1 \cdot (x_2 + \sim (x_1))$ ein Boolscher Ausdruck. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

A. F ist äquivalent zur Boolschen Funktion $f\colon B^2 \to B$ mit

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

B. F ist äquivalent zur Boolschen Funktion $f\colon B^2 \to B$ mit

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

C. F ist äquivalent zur Boolschen Funktion $f\colon B^2 \to B$ mit

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

D. F ist kein algebraischer Ausdruck.

E. F ist äquivalent zur Boolschen Funktion $f\colon B^2 \to B$ mit

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

---

5. Welche der folgenden Aussagen ist richtig, wenn $\mathring{A} = \langle A; \cdot, ! \rangle$ eine Algebra mit $A = \{a, b, c\}$ ist, sodass die Operationen $\cdot$ und ! wie folgt definiert sind:

$\cdot$	a	b	c
a	b	a	c
b	a	c	a
c	c	c	a

!	
a	b
b	c
c	a

A. $!(!(x_1)) \approx !((!x_1) \cdot (!x_1))$

B. $!(!(x_1)) \approx\ x_1$

C. $(x_2 \cdot !(x_1)) \to \textsf{True}$ ist ein algebraischer Ausdruck.

D. $\cdot(x_1, x_2, x_3)$ ist ein algebraischer Ausdruck.

E. ! ist ein algebraischer Ausdruck.

F. $!(x_1) \approx\ x_1 \cdot x_1$

---

6. Für welche Formeln A, B gilt *nicht* $A, B \models p \to q$? (Nur eine Möglichkeit ist richtig.)

A. $A = p$, $B = p \lor q$

B. $A = \neg p$, $B = r \land p$

C. $A = \neg p$, $B = r$

D. $A = p$, $B = q$

E. $A = p$, $B = \mathsf{False}$

---

7. Aussagenlogik:

a) Prüfen Sie folgende aussagenlogische Formel auf die Eigenschaften Erfüllbarkeit und Tautologie.

$$((r \to q) \to p \to s) \to s \land p \to \neg q \lor r$$

[8 Punkte]

b) Zeigen oder widerlegen Sie die Gültigkeit folgender Äquivalenz:

$$p \lor (\neg p \land q) \equiv p \lor q$$

[8 Punkte]

---

8. Formale Sprachen:

a) Es sei die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$ gegeben:

$$L = \{x \mid x \epsilon \Sigma^{*} \textit{enthält eine ungerade Anzahl } \mathsf{b}\}$$

Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G für die Sprache L an. `[8 Punkte]`

b) Gegeben sei die beschränkte Grammatik $G = (\{\mathsf{S}, \mathsf{B}\}, \{a, b\}, R, \mathsf{S})$, wobei die Regeln R wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} \mathsf{S} &\rightarrow a\mathsf{S} \mid \mathsf{B} \mid b\mathsf{S} \\ a\mathsf{B} &\rightarrow ab \\ b\mathsf{S} &\rightarrow b\mathsf{S}b \\ \mathsf{S}b &\rightarrow aa \end{aligned}$$

Geben Sie eine Ableitung für den String baa an. `[8 Punkte]`

---

9. Berechenbarkeitstheorie: Implementieren Sie die Instruktion

$$\text{IF } x_i \text{ THEN } p_1 \text{ ELSE } p_2 \text{ END}$$

basierend auf den verfügbaren Instruktionen einer Registermaschine. Wenn $x_1 > 0$ soll das Programm p_1 ausgeführt werden, sonst p_2. Es ist nicht notwendig den Zustand von x_i zu speichern.

Hinweis: Beachten Sie, dass x_i auch größer als 1 sein kann. `[16 Punkte]`

---

10. Verifikation: Gegeben seien P, Q und R

(P) `while` $x_2 \neq 0$ `do` $x_2 := x_2 - 1; x_1 := x_1 + 1; x_1 := x_1 + 1$ `end`
(Q) $x_1 = c, x_2 = d$
(R) $x_1 = c + 2 \cdot d$

Zeigen Sie, dass das `while`-Programm P in Bezug auf die Vorbedingung Q und die Nachbedingung R partiell korrekt ist. Verwenden Sie also die Regeln aus dem Skriptum, um das Hoare-Tripel $\{Q\}\ P\ \{R\}$ abzuleiten. `[16 Punkte]`

ANSWERKEY FOR "versionU"

```
Version 1:  E  F  E  E  F  E
```